

METHODEN DER ERFASSUNG VON WÄRMEBRÜCKEN IM INTERNATIONALEN VERGLEICH

K. Kreč & E. Panzhauser

Institut für Hochbau für Architekten der TU Wien
TU Wien, Wien, Österreich

Einleitung

Der Erfassung der Auswirkung von Wärmebrücken auf das thermische Verhalten von Baukonstruktionen, Räumen, Raumgruppen und Gebäuden kommt im Zuge der laufend größer werdenden Anforderung an die thermische Qualität stark steigende Bedeutung zu. Grund hierfür ist der Umstand, daß die bisher eingebürgerte eindimensionale Berechnung von Temperaturverteilungen und Wärmeströmen in Baukonstruktionen bei gut gedämmten Bauweisen, wie sie heute Stand der Technik sind, zu ungenaue Ergebnisse liefert. Die Auswirkungen solch' übersimplifizierter Berechnungsmethoden können Fehleinschätzungen bezüglich der Heizungsauslegung und des zu erwartenden Heizenergiebedarfes aber auch das Übersehen bestehender Kondensationsrisiken sein. Eine meßtechnische Erfassung des Verhaltens von Baukonstruktionen mit Wärmebrücken scheitert insbesondere bei größeren Bauteilen oder ganzen Gebäudeteilen am hierfür notwendigen Aufwand.

Der Bedeutung einer genügend genauen Erfassung von Wärmebrücken, also Bereichen in denen Wärmeleitungs- und Wärmespeicherungseffekte nur unter Verwendung eines 2- oder 3-dimensionalen thermischen Modells berechnet werden können, wurde insofern seit Anfang der 80er Jahre Rechnung getragen, als eine Vielzahl von Vorschlägen bezüglich der Einführung von Korrekturfaktoren zur Erfassung von Wärmebrücken diskutiert wurde, Programme zur Simulation von 2- und 3-dimensional ablaufenden thermischen Vorgängen geschaffen und angeboten wurden und sich schließlich auch im Zuge der europäischen Normung etliche Arbeitsgruppen (TC 89: WG1, WG4 und WG5) dieser Problematik annahmen.

Im Folgenden wird ein physikalisch fundiertes theoretisches Modell zur Erfassung des thermischen Verhaltens von Baukonstruktionen mit Wärmebrücken vorgestellt und auf die Umsetzung dieser theoretischen Grundlage im Praxiseinsatz sowie auf die diesbezüglich im Rahmen der europäischen Normung (TC 89) gesetzten Festlegungen eingegangen.

Theoretische Ansätze

Die Berechnung der Temperaturverteilung in und des Wärmeflusses durch Baukonstruktionen kann nur im Fall eindimensionaler Wärmeleitung analytisch - also auch per Hand - erfolgen. Die Fälle zwei- oder dreidimensionaler Wärmeleitung entziehen sich - abgesehen von wenigen für die Praxis irrelevanten Sonderfällen - der händischen Berechnung. Man ist somit bei der Untersuchung des thermischen Verhaltens von Wärmebrückenbereichen in Baukonstruktionen generell auf die Verwendung numerischer Berechnungsverfahren angewiesen. Aus Gründen des erheblich größeren Aufwandes kommt meßtechnischen Verfahren zur Bestimmung des thermischen Verhaltens von Baukonstruktionen in zunehmendem Maße nur mehr die Funktion der fallweisen Überprüfung von Berechnungsergebnissen zu.

Sowohl bei der Messung wie auch bei der Berechnung ist es wichtig, Kenngrößen als Ergebnis der jeweiligen Untersuchung auszuweisen, die von den gewählten Randbedingungen unabhängig und somit als reine Bauteilkenngrößen anzusehen sind.

Im Folgenden wird ein theoretisches Modell der zwei- und dreidimensionalen Wärmeleitung und Wärmespeicherung kurz rekapituliert, das den soeben genannten Ansprüchen gerecht wird. Dieses u. a. in [1], [2] und [3] detailliert ausgearbeitete theoretische Modell wurde bereits in Programmen umgesetzt ([4], [5]) und aufgrund der sehr guten Anwendbarkeit zur Lösung von in der Praxis auftretenden Fragestellungen auch bereits in verschiedenen Euro-Normen ([6], [7], [8]) verankert.

Grundlage des theoretischen Modells der Basislösungen und der thermischen Leitwerte ist die im Bauwesen üblicherweise verwendete linearisierte Theorie der Wärmeleitung und Wärmespeicherung.

Das Konzept der Basislösungen

Die Erfassung der Wärmeleitungs- und Wärmespeicherungsvorgänge in einer beliebig gestalteten und zusammengesetzten Baukonstruktion erfolgt durch Aufstellung und Lösung der Wärmeleitungsgleichung. Wie bereits angemerkt, ist die Lösung im Normalfall zwei- und dreidimensional ablaufender thermischer Vorgänge nur numerisch möglich und somit oft mit nicht unerheblichem Aufwand verbunden.

Das in [1] erläuterte theoretische Konzept nutzt die Linearität der Wärmeleitungsgleichung insofern aus, als die Lösung der Wärmeleitungsgleichung nicht für bestimmte Lufttemperaturen als Randbedingungen gesucht wird sondern vorerst sogenannte "Basislösungen" errechnet werden. Zudem wird für instationäre Vorgänge vereinfachend angenommen, daß sich alle

Zeitverläufe in genügender Genauigkeit mittels Fourier-Entwicklungen erfassen lassen ("periodisch eingeschwungener Ansatz").

Als dem Raum mit der Raumnummer j zugeordnete Basislösung \tilde{g}_j^h wird nun jene Lösung der Wärmeleitungsgleichung für die h -te Harmonische verstanden, die unter Vorgabe des Wertes 1 für die Randbedingung in Raum j und des Wertes 0 für alle anderen an die betrachtete Baukonstruktion angrenzenden Räume erhalten wird. Der Wert der Basislösung $\tilde{g}_j^h(x, y, z)$ für einen durch die kartesischen Koordinaten (x, y, z) festgelegten Punkt der Baukonstruktion wird in [6] als "Temperaturgewichtungsfaktor" bezeichnet.

Die Vorzüge der Berechnung von Basislösungen wird durch die in [1] abgeleitete Beziehung zur Berechnung von Temperaturverläufen

$$\hat{T}^h(x, y, z) = \sum_j \tilde{g}_j^h(x, y, z) \cdot \hat{\Theta}_j^h \quad (1)$$

deutlich. Die komplexe Amplitude der Temperatur $\hat{T}^h(x, y, z)$ für die h -te Harmonische an einem beliebigen Punkt in oder an der Oberfläche der Baukonstruktion ergibt sich unmittelbar durch Aufsummieren der Produkte aus dem (komplexwertigen) Temperaturgewichtungsfaktor $\tilde{g}_j^h(x, y, z)$ für den betrachteten Punkt und der komplexen Amplitude der Lufttemperatur $\hat{\Theta}_j^h$, die als Randbedingungen in die Berechnung eingeht. Zu summieren ist hierbei über alle an die Baukonstruktion angrenzenden Räume. Der zeitliche Temperaturverlauf im betrachteten Punkt wird in einem zweiten Schritt durch Fouriersynthese erhalten.

Die Beziehung (1) ist selbstverständlich auch für die 0-te Harmonische, d. h. die stationäre Berechnung gültig (siehe [2]):

$$T(x, y, z) = \sum_j g_j(x, y, z) \cdot \Theta_j \quad (2)$$

In diesem Fall ist die errechnete Temperatur $T(x, y, z)$ als zeitlicher Mittelwert zu interpretieren. Θ_j ist der zeitliche Mittelwert der Lufttemperatur in Raum j . Die Werte der Temperaturgewichtungsfaktoren $g_j(x, y, z)$ sind im stationären Fall reell.

Die Temperaturgewichtungsfaktoren sind von den Randbedingungen unabhängig und somit als Bauteilkenngrößen geeignet. In der EN ISO 10211-1 [6] wird der Satz von Temperaturgewichtungsfaktoren für den kältesten

Oberflächenpunkt eines Raumes zur Beurteilung der Baukonstruktion in Hinblick auf das Risiko der Oberflächenkondensation herangezogen.

Das Konzept der thermischen Leitwerte

Die Berechnung der Temperaturverteilung innerhalb und an der Oberfläche von Bauteilen dient zum einen der Beurteilung von Kondensationsrisiken und zum anderen als Grundlage für die Bewertung des von den Oberflächentemperaturverteilungen wesentlich abhängigen thermischen Innenraumklimas. Ein weiteres Kriterium für die thermische Qualität ist vor allem für Außenbauteile der Wärmeschutz, den die jeweilig betrachtete Konstruktion zu bieten vermag. Als leicht faßbare Bauteilkenngröße hierfür hat sich der thermische Leitwert etabliert.

Das in [1], [2] und [3] entwickelte Leitwert-Konzept sei in seinen Grundzügen hier nochmals wiederholt.

Der Wärmeverlust eines Raumes mit der Raumnummer i wird offensichtlich erhalten, wenn man die Wärmestromdichten an den inneren Oberflächen des Raumes über die gesamte raumbegrenzende Oberfläche \mathfrak{R}_i integriert, d. h. ein Oberflächenintegral gemäß

$$\hat{\Phi}_i^h = - \iint_{\mathfrak{R}_i} (\lambda \cdot \text{grad } \hat{T}^h) \cdot d\bar{a} \quad (3)$$

berechnet. λ ist hierbei die Wärmeleitfähigkeit und $d\bar{a}$ das zum Raum hin orientierte Oberflächenelement. Obige Gleichung ist für die Harmonische h formuliert, bezieht sich also auf den allgemeinen Fall instationärer Wärmeleitung. Setzt man nun Beziehung (1) in Gleichung (3) zur Berechnung der komplexen Amplitude des Wärmeverlustes $\hat{\Phi}_i^h$ ein, so ergibt sich

$$\hat{\Phi}_i^h = - \sum_j \hat{\Theta}_j^h \cdot \iint_{\mathfrak{R}_i} (\lambda \cdot \text{grad } \tilde{g}_j^h) \cdot d\bar{a} \quad (4)$$

Mit der Definitionsgleichung

$$\tilde{L}_{i,j}^h = \iint_{\mathfrak{R}_i} (\lambda \cdot \text{grad } \tilde{g}_j^h) \cdot d\bar{a} \quad (5)$$

ergibt sich unmittelbar die grundlegende Beziehung

$$\hat{\Phi}_i^h = - \sum_j \tilde{L}_{i,j}^h \cdot \hat{\Theta}_j^h \quad (6)$$

Die Größe $\tilde{L}_{i,j}^h$ wird in der prEN 33768 [7] als "harmonischer thermischer Leitwert" bezeichnet.

Die zur Berechnung des zeitlichen Verlaufes der Transmissionswärmeverluste eines Raumes i benötigte komplexe Amplitude des Wärmestroms $\hat{\Phi}_i^h$

wird somit durch Aufsummieren der Produkte aus harmonischem thermischem Leitwert und komplexer Amplitude der Raumlufitemperatur erhalten. Zu summieren ist auch hier über alle mit dem betrachteten Raum in thermischem Kontakt stehenden Räume.

Beziehung (6) gilt natürlich auch im Spezialfall stationärer Wärmeleitung, also für die 0-te Harmonische. Berücksichtigt man, daß (nur) im stationären Fall aus Gründen der Energieerhaltung die Beziehung

$$\sum_j L_{i,j} = 0 \quad (7)$$

gilt (siehe [2]), so erhält Gleichung (6) die wohl eher geläufige Form

$$\Phi_i = \sum_{j \neq i} L_{i,j} \cdot (\Theta_i - \Theta_j) \quad (8)$$

In der verwendeten linearisierten Theorie der Wärmeleitung ist somit im stationären Fall der Wärmestrom zwischen 2 Räumen der Differenz der Lufttemperaturen in diesen Räumen proportional. Der Proportionalitätsfaktor ist der thermische Leitwert.

Unmittelbar einsichtig ist, daß ein Aufsummieren der Wärmeströme zwischen betrachtetem Raum und sämtlichen mit diesem in thermischen Kontakt stehenden Räumen zur gesuchten Wärmeverlustleistung des betrachteten Raumes führt.

Es ist vorteilhaft, die thermischen Leitwerte für eine Raumgruppe oder ein ganzes Gebäude in Matrix-Form darzustellen. Beispielhaft sei dies an einem Raum (Raum 2 in Abbildung 1) im Bereich der Gebäudekante mit 8 benachbarten Innenräumen gezeigt. Aus Gründen der Übersichtlichkeit wird nur der stationäre Fall betrachtet; für die periodisch eingeschwungene Rechnung besteht jedoch für jede Harmonische enge Analogie zum hier Gezeigten.

Die Basislösungen für die gesamte in Abbildung 1 gezeigte Baukonstruktion wurden mit einem hierfür geeigneten "Wärmebrückenprogramm" [4] ermittelt und hieraus von diesem Programm unter Verwendung von Gleichung (5) die in Tabelle 1 gezeigte Leitwert-Matrix errechnet.

Wie aus Tabelle 1 ersichtlich, besitzt die errechnete Leitwert-Matrix die aus der Theorie folgende Symmetrie. Zudem zeigt sich an der Größe der Elemente der Leitwertmatrix plakativ der Grad der thermischen Verkoppelung zwischen den jeweiligen Raum-Paaren. Die Diagonalglieder der Leitwert-Matrix sind in Tabelle 1 nicht ausgewiesen, da sie bei Verwendung von Gleichung (8) nicht benötigt werden. Aus Beziehung (7) folgt jedoch unmittelbar, daß der Wert der Diagonalglieder durch

$$L_{i,i} = -\sum_{j \neq i} L_{i,j} \quad (9)$$

gegeben ist.

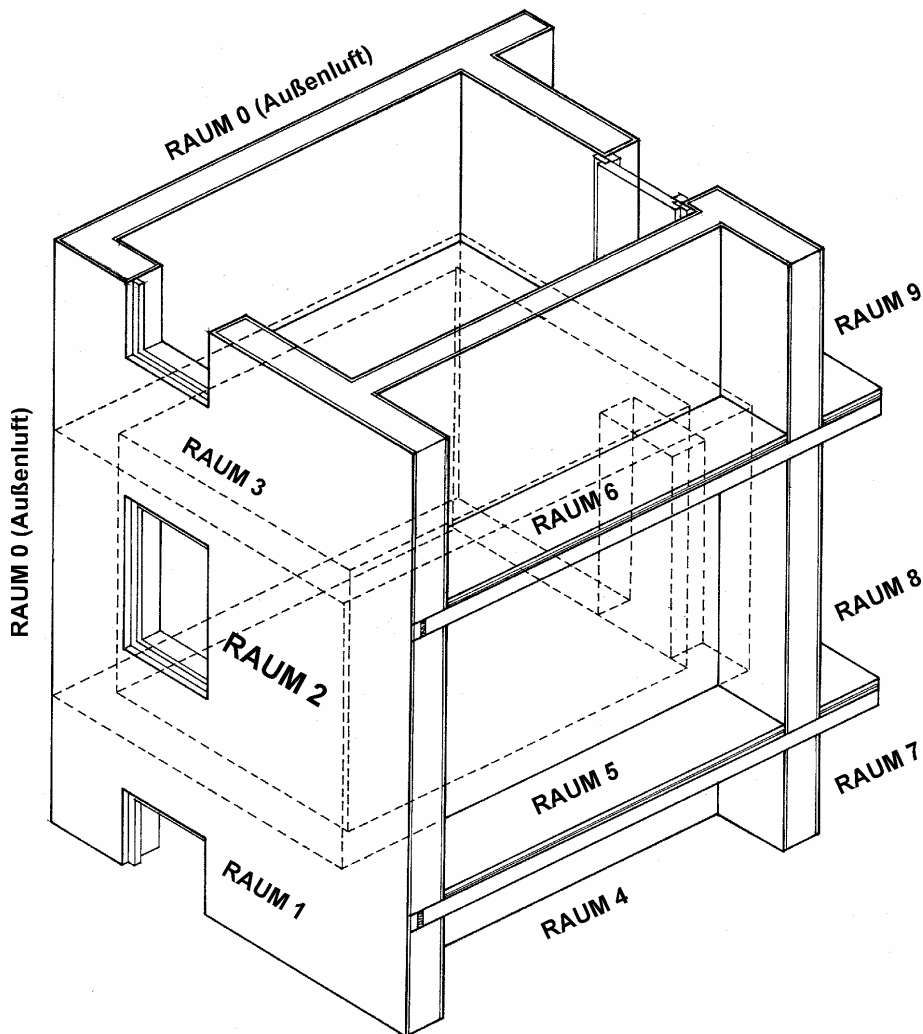


Abb. 1: Raum im Bereich der Gebäudekante; Geometrie und Raumbezeichnungen

Raum 0:	1:	2:	3:	4:	5:	6:	7:	8:	9
0: -----	4.88367	11.34373	6.46011	0.76594	1.77168	1.00574	0.74516	1.74305	0.99794
1: 4.88367	-----	11.72504	0.00000	6.67449	0.74686	0.00000	5.66122	0.63133	0.00000
2: 11.34373	11.72504	-----	11.72586	0.73006	15.92036	0.74679	0.46863	14.10572	0.63413
3: 6.46011	0.00000	11.72586	-----	0.00000	0.73017	9.24617	0.00000	0.46843	8.52909
4: 0.76595	6.67449	0.73006	0.00000	-----	4.02227	0.00000	1.82913	0.21731	0.00000
5: 1.77166	0.74686	15.92036	0.73017	4.02227	-----	4.02216	0.21593	4.40336	0.21758
6: 1.00574	0.00000	0.74679	9.24617	0.00000	4.02216	-----	0.00000	0.21579	2.57504
7: 0.74516	5.66122	0.46863	0.00000	1.82913	0.21593	0.00000	-----	4.47727	0.00000
8: 1.74306	0.63133	14.10572	0.46843	0.21731	4.40336	0.21579	4.47727	-----	4.48106
9: 0.99794	0.00000	0.63413	8.52909	0.00000	0.21758	2.57504	0.00000	4.48106	-----

Tab. 1: Matrix der thermischen Leitwerte (0-te Harmonische) für die in Abbildung 1 gezeigte Raumgruppe

Bei Kenntnis der Leitwert-Matrix können die Wärmeströme zwischen den Räumen im nachhinein per Hand für beliebig angenommene Werte der Raumluft- und Außenlufttemperaturen errechnet werden. Der Transmissionswärmeverlust des betrachteten Raumes 2 nach außen (Raum 0) z. B. ergibt sich gemäß Gleichung (8) zu

$$\Phi_{2,0} = L_{2,0} \cdot (T_2 - T_0) = 11.34373 \cdot (T_2 - T_0) . \quad (9)$$

Programme und normative Festlegungen

Wie bereits angesprochen, kann die Erfassung des thermischen Verhaltens von Baukonstruktionen mit Wärmebrücken nur numerisch unter Zugriff auf ein geeignetes Computerprogramm erfolgen. Die an ein solches Programm zu stellenden Anforderungen hängen eng mit der zu beantwortenden Fragestellung zusammen. Für die Berechnung des Wärmedurchganges durch eine Baukonstruktion genügt es in vielen Fällen in zweidimensionaler Näherung zu rechnen. In diesem Falle werden als Berechnungsergebnis längenbezogene thermische Leitwerte erhalten. Diese müssen mit der zugehörigen Länge - gemessen senkrecht zum Schnitt, für den gerechnet wurde - multipliziert werden, um den gesuchten thermischen Leitwert zu erhalten. Das Finden dieser Länge stellt oft eine nicht zu unterschätzende Problematik dar.

Als Beispiel hierfür sei der Versuch angeführt, den Wärmeverlust durch die Fundamentplatte eines Gebäudes in zweidimensionaler Näherung numerisch zu berechnen und das Berechnungsergebnis für die Abschätzung des Wärmeverlustes durch die gesamte Fundamentplatte für verschiedene Grundriße zu verwenden. Die Breite der Fundamentplatte wurde hierbei mit 10.61 m (Außenabmessung) konstant gehalten und die Länge ausgehend vom quadratischen Grundriß bis zu einer Gebäudelänge von 100 m variiert.

Mit dem errechneten thermische Leitwert läßt sich gemäß Gleichung (8) der zeitliche Mittelwert des Wärmeverlustes über den Erdboden - im Spezialfall bodenberührter Bauteile ist dies immer der Jahresmittelwert - errechnen.

Das Ergebnis des Vergleichs der exakten dreidimensionalen Berechnung mit zweidimensional ermittelten Näherungsansätzen ist in Abbildung 2 dargestellt. Für die im zweidimensionalen Fall erforderliche Ermittlung der Bezugslänge wurden folgende drei Modelle in Ansatz gebracht:

Var. A: Als Länge wird der Umfang eines Kreises mit dem hydraulischen Radius B' der Fundamentplatte (B' wird in der EN 1190 [8] als "charakteristische Länge" bezeichnet) in Ansatz gebracht.

Var. B: Es wird die Perimeterlänge P unter Verwendung von Außenabmessungen verwendet.

Var. C: Es wird P wie in Var. 2 verwendet und an den Stirnseiten der Platte jeweils ein Halbkreis mit Radius B' angesetzt.

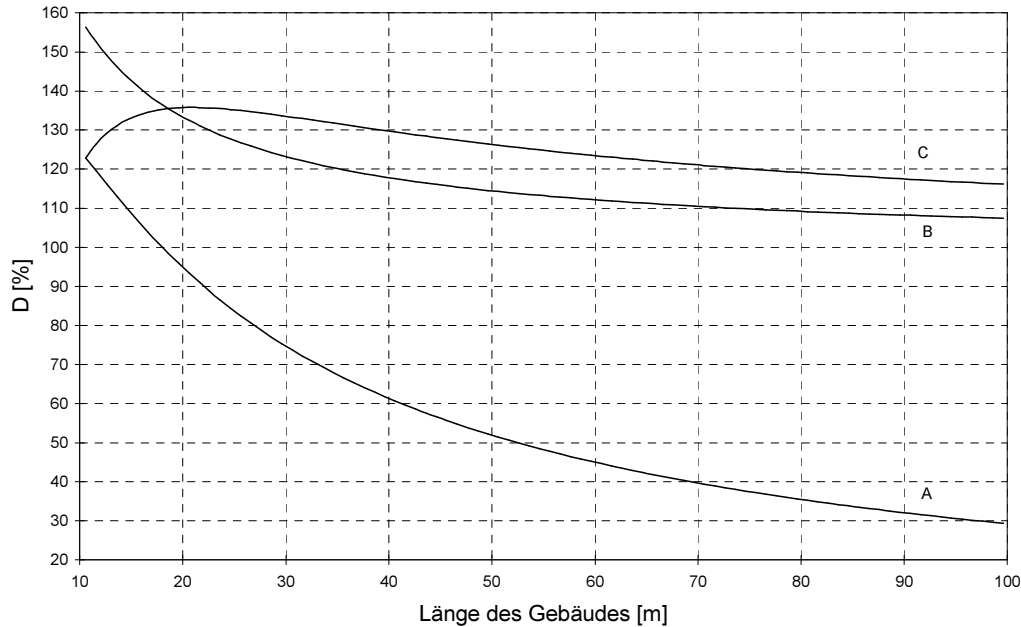


Abb. 2: Prozentuelle Abweichung ($D = \frac{L^{2D}}{L^{3D}} \cdot 100$) der zweidimensionalen Näherung vom richtigen Wert in Abhängigkeit von der Gebäudelänge

Abbildung 2 zeigt, daß die zweidimensionalen Näherungsansätze sämtlich den "richtigen", dreidimensional errechneten Wert des Leitwertes ($D=100\%$) nur ungenügend genau zu approximieren gestatten. Eine zweidimensionale Rechnung kann im betrachteten Fall daher nur zu sehr groben Abschätzungen verwendet werden.

Dreidimensionale Rechnung kann weiterhin meist nicht vermieden werden, wenn nach dem Kondensationsrisiko an den raumzugewandten Oberflächen gefragt wird; liegen doch die Punkte tiefster Oberflächentemperatur bevorzugt in einspringenden Ecken.

Ein weiteres Kriterium für die Wahl eines "Wärmebrückenprogrammes" ist die Frage, ob auch Problemstellungen zu lösen sind, die instationäre Berechnungsmethoden notwendig machen. Genannt sei in diesem Zusammenhang die Frage nach dem Wärmedurchgang durch erdberührte Bauteile oder die Frage nach Abtrocknungsmöglichkeiten bei Kondensatanfall.

Da der Aufwand, der für eine zwei- oder dreidimensionale Wärmebrücken-Berechnung anfällt, dem Planer meist nicht zugemutet werden kann, wird seit langem nach Wegen gesucht, die Information über Wärmedurchgang und Kondensationsrisiko in Baukonstruktionen mit Wärmebrücken dem Planer direkt zur Verfügung zu stellen. In diesem Zusammenhang anzuführen ist die mittlerweile große Anzahl von Wärmebrückenkatalogen und die viel-

fältigen Versuche mittels Parametrisierung diese gedruckten Kataloge flexibler zu gestalten. Einen weiteren Schritt in Richtung Flexibilisierung von Wärmebrücken-Katalogen stellt die Entwicklung des für die Anwendung im europäischen Bereich konzipierten Computerprogrammes EUROKOBRA [9] dar. Mit diesem EDV-gestützten Katalog können vorgegebene Baukonstruktionen vom Benutzer modifiziert und die jeweilig gesuchten Kenngrößen zweidimensional errechnet werden. Es ist zu erwarten, daß letztere Art der Bereitstellung von Information über Wärmebrücken in Zukunft verstärkt Platz greifen wird. Die Verwendung von leistungsfähigen Wärmebrückenprogrammen wird jedoch insbesondere im Falle von nur dreidimensional zu erfassenden Problemstellungen und im Fall der Untersuchung des thermischen Verhaltens von innovativen Baukonstruktionen notwendig bleiben.

Die Behandlung der Wärmebrückenproblematik im Zuge der europäischen Normung hatte zum einen das Ziel, Anforderungen an Berechnungsalgorithmen und Computerprogramme zu formulieren, um diese als normgemäß einzustufen zu können. Zum zweiten besteht die Notwendigkeit, in die Rechnung eingehende Parameter, wie z. B. Wärmeübergangswiderstände, normativ vorzuschreiben, um eine Vergleichbarkeit verschiedener Berechnungen zu ermöglichen. Eine dritte wesentliche Aufgabe besteht in der Entwicklung vereinfachter Verfahren zur Erfassung mehrdimensionaler Wärmeleitung; als geglücktes Beispiel hierfür sei die Entwicklung einer analytischen Näherungsmethode für die Erfassung des Wärmedurchganges durch das Erdreich [8] angeführt.

In der seit 1995 gültigen Euro-Norm EN ISO 10211-1 [6] werden u.a. Festlegungen zur Berechnung des (stationären) thermischen Leitwertes aus Teil-Leitwerten getroffen. Die direkte Berechnung der Leitwertmatrix für große Teile eines Gebäudes, wie sie etwa für den in Abbildung 1 gezeigten Gebäude-Ausschnitt durchgeführt wurde, ist zum heutigen Zeitpunkt nur mit relativ großem Aufwand unter Verwendung besonders leistungsfähiger Computerprogramme möglich. Der Normalfall wird daher die Ermittlung von Teil-Leitwerten für kleinere Ausschnitte des Gebäudes und die nachfolgende Zusammensetzung der Teil-Leitwerte zum gesuchten Gesamtleitwert sein. In [6] werden zur Berechnung des Gesamtleitwerts zwei Wege zugelassen.

In der sog. "direkten Methode" werden die Teil-Leitwerte zum Gesamtleitwert aufsummiert, also eine thermische Parallelschaltung der untersuchten Gebäudeausschnitte angenommen.

Bei der "indirekten Methode" wird hingegen die eindimensionale Berechnung durch hinzufügen von Leitwert-Zuschlägen korrigiert und somit der Einfluß der Wärmebrücken zu erfassen getrachtet. Ein Nachteil dieser Methode besteht darin, daß mit der eindimensionalen Berechnung ein Verfahren verwendet wird, das der Problemstellung nicht entspricht. Eine Folge hiervon ist der Umstand, daß die Ermittlung von Leitwert-Zuschlägen

nicht in eindeutiger Weise möglich ist und somit das Verwenden von Leitwert-Zuschlägen die genaue Kenntnis darüber voraussetzt, wie diese Zuschläge errechnet wurden. Zudem treten die Grenzen der indirekten Methode im Falle von Baukonstruktionen, die an mehr als zwei Räume grenzen, sofort zu Tage.

Zusammenfassung und Ausblick

Die Bedeutung einer genügend genauen Erfassung der Auswirkung von Wärmebrücken auf das thermische und hygrische Verhalten von Gebäuden ist mit dem Trend zu hochgedämmten Gebäudehüllen stark im Steigen begriffen. Zum einen ergibt sich daraus die Notwendigkeit, dem Planer leicht handhabbare Instrumente in die Hand zu geben, die diesem ermöglichen, den Einfluß von Wärmebrücken auf die thermische Qualität der Gebäudehülle in einfacher Weise zu quantifizieren. Eine Möglichkeit, diesem Anspruch zu genügen, wurde durch das EDV-Programm EUROKOBRA [9] aufgezeigt.

Zum anderen besteht Entwicklungsbedarf, um den Einfluß zwei- und dreidimensional ablaufender Wärmeleitungs- und Wärmespeicherungseffekte in physikalisch einwandfreier Weise in Programme zur Simulation des thermischen Verhaltens von Gebäuden einfließen zu lassen. Ein theoretischer Ansatz für solch' eine Entwicklung liegt bereits vor [3].

Literatur

- [1] Krec, K., "Zur Wärmespeicherung in Baukonstruktionen", Gesundheitsingenieur 114, Heft 1, S. 11 - 18 (1993)
- [2] Heindl, W., Krec, K., Panzhauser, E., Sigmund, A., "Wärmebrücken", Springer-Verlag Wien - New York (1987)
- [3] Krec, K., "Wärmeleitung in Baukonstruktionen unter Berücksichtigung von Wärmequellen", Gesundheitsingenieur 114, Heft 6, S. 313 - 318 (1993)
- [4] Programmpaket WAEBRU, Version 6.0, © Copyright 1997, E. Panzhauser & K. Krec, (1997)
- [5] Programmpaket WAEBRU, Version 6.0, interne, instationäre Spezialversion, © Copyright 1997, E. Panzhauser & K. Krec, (1997)
- [6] EN ISO 10211-1, "Wärmebrücken im Hochbau - Wärmeströme und Oberflächentemperaturen - Teil 1: Allgemeine Berechnungsverfahren", (1995)
- [7] prEN33786, "Wärmeschutz von Bauelementen - Thermische Trägheit - Berechnungsverfahren" (1995)

- [8] prEN 1190, "Wärmetechnisches Verhalten von Gebäuden - Wärmeaustausch mit dem Erdboden - Berechnungsverfahren" (1993)
- [9] EUROKOBRA/AUSTROKOBRA, Version 1.5, © Copyright 1995-1997, Institut für Hochbau für Architekten, TU Wien (1995)