

# Zur dreidimensionalen Simulation des thermischen Verhaltens von Gebäuden

Klaus Kreč\*

Das Konzept der harmonischen thermischen Leitwerte wird verwendet, um die in den Bauteilen eines Gebäudes mehrdimensional ablaufenden Wärmeleitungsvorgänge unter Berücksichtigung der Wärmespeicherung zu beschreiben. Der Entwurf eines thermischen Netzwerkes führt auf ein leicht überschaubares Konzept für mehrdimensional arbeitende Programme zur Simulation des thermischen Verhaltens von Gebäuden. Die Möglichkeiten und Grenzen eines derartigen Simulationsprogrammes werden am Beispiel eines in den Erdboden abgesenkten Wohnhauses mit hochverglaster Südfassade aufgezeigt.

## 1 Einleitung

Die Simulation des thermischen Verhaltens von Gebäuden erfordert unter anderem die rechnerische Erfassung von Wärmeleitungs- und Wärmespeicherungsvorgängen in den Bauteilen des Gebäudes. In den letzten drei Jahrzehnten wurden hierfür verschiedenste Berechnungsalgorithmen entwickelt – siehe z. B. *Gertis & Hauser* [1] oder *Feist* [2]. Der Vielzahl an Methoden und Programmen zur Erfassung des thermischen Verhaltens von Gebäuden haftet jedoch eine Gemeinsamkeit an. Die Wärmeleitungsgleichung wird in eindimensionaler Näherung angesetzt und – meist näherungsweise – gelöst. Mehrdimensional ablaufende Wärmeleitungsvorgänge werden bestenfalls mittels Einführung von stationären Korrekturfaktoren berücksichtigt.

Die Notwendigkeit der Berücksichtigung von Bereichen mehrdimensionaler Wärmeleitung – schlagwortartig meist als “Wärmebrücken” bezeichnet – steht für Gebäude, die nach heutigen Bauordnungen oder Wärmeschutzverordnungen wärmegeklämt sind, außer Streit. So ist in nationalen (siehe z. B. ÖNorm B8110-1 [3]) wie auch internationalen Normenwerken [4] die Berücksichtigung von Wärmebrücken bei der Berechnung des Heizwärmebedarfes von Gebäuden zwingend vorgeschrieben. Die in diesen Normen angegebenen Berechnungsansätze bleiben auf stationäre, d. h. zeitunabhängige Vorgänge beschränkt. Wärmespeicherungsvorgänge, die die mehrdimensional ablaufenden Wärmeleitungsvorgänge beeinflussen, bleiben unberücksichtigt.

Dieser unbefriedigenden Situation wurde mit der Entwicklung eines theoretischen Konzeptes, das instationär mehrdimensional ablaufende Wärmeleitungsvorgänge unter Berücksichtigung der Wärmespeicherung zu erfassen gestattet, begegnet [5, 6]. Mittlerweile ist das durch *Heindl et al.* [7] entwickelte Konzept der thermischen Leitwerte in der Europanorm über die rechnerische Behandlung von Wärmebrücken [8] verankert. Die Verallgemeinerung dieses Konzeptes auf instationäre Vorgänge führt gemäß [5] auf komplexwertige thermische Leitwerte. Das verallgemeinerte Leitwert-Konzept wurde zumindest vom allgemeinen Ansatz her in die internationale Norm EN ISO 13786 [9] übernommen. Der in [5] eingeführte “verallgemeinerte Leitwert” wird in der EN ISO 13786 als “harmonischer thermischer Leitwert” bezeichnet – ein Begriff, der auch hier verwendet werden soll.

In der vorliegenden Arbeit wird unter Zugriff auf die in [7], [5] und [6] entwickelten theoretischen Grundlagen ein Berechnungsmodell für ein mehrdimensional arbeitendes Simulationsprogramm zur Erfassung des thermischen Verhaltens von Gebäuden vorgestellt und diskutiert.

Die Umsetzung der Berechnungsalgorithmen in ein Computerprogramm erfolgte im Rahmen eines Forschungsauftrages<sup>1)</sup>, der die Optimierung von Gebäuden in “Untergrund-Bauweise”

---

\* Ass. Prof. Dipl.-Ing. Dr. Klaus Kreč, c/o. Institut für Hochbau für Architekten und Entwerfen der Technischen Universität Wien, Karlsplatz 13/270, A-1040 Wien

zum Ziel hat. Eine physikalisch saubere Erfassung von mehrdimensional ablaufenden Wärmeleitungsprozessen unter Berücksichtigung der Wärmespeicherung ist für Problemstellungen in Zusammenhang mit erdberührten Bauteilen und Gebäuden unverzichtbare Voraussetzung.

## 2 Das Gebäude als thermisches Netzwerk

Um die Wärmeleitungs- und Wärmespeicherungsvorgänge in den Bauteilen eines Gebäudes beschreiben zu können, werden vorerst die Räume des betrachteten Gebäudes nach einem beliebigen Schema durchnummeriert. Auch die äußere Umgebung des Gebäudes ist in das Nummerierungsschema einzubinden – wir reden in diesem Falle von “Außenräumen”. Um festlegen zu können, wie fein die Modellierung erfolgen soll bzw. wie viele Räume für die zu beantwortende Fragestellung einzuführen sind, ist es wichtig zu wissen, daß den zu definierenden Räumen jeweils eine einheitliche Temperatur zugeordnet wird. Für die Innenräume des Gebäudes ist dies die Lufttemperatur. Den Außenräumen wird hingegen jeweils eine einheitliche Strahlungslufttemperatur zugeordnet. Die Strahlungslufttemperatur ist eine fiktive Temperatur, die es gestattet, neben der Außenlufttemperatur auch die Einflüsse sowohl der Sonneneinstrahlung als auch der langwelligen Zu- und Abstrahlung der äußeren Bauteiloberflächen in einfacher, aber genauer Art in die Berechnung einzubinden – siehe [10].

Der Transmissionswärmeverlust eines Innenraumes ergibt sich offenbar mittels Integration der über die Berandung des Raumes abfließenden Wärmeströme. Für den stationären Fall, der vorerst eingehend diskutiert werden soll, läßt sich zeigen, daß der Transmissionswärmeverlust des Raumes mit der Nummer  $i$ ,  $\Phi_i^{t,2)}$ , unter Anwendung der Beziehung

$$\Phi_i^t = - \sum_j L'_{i,j} \cdot \Theta_j \quad (1)$$

berechenbar ist [7]. Gemäß Gleichung (1) besteht eine lineare Beziehung zwischen dem Transmissionswärmeverlust  $\Phi_i^t$  und den Temperaturen  $\Theta_j$  sämtlicher Innen- und Außenräume. Die Proportionalitätsfaktoren  $L'_{i,j}$  sind die von den als Randbedingungen eingehenden Temperaturen unabhängigen thermischen Leitwerte [7]. Zu summieren ist über alle im thermischen Modell definierten Räume, d. h. über alle Innen- und auch alle Außenräume.

Gleichung (1) wurde im Buch “Wärmebrücken” [7] aus der Wärmeleitungsgleichung abgeleitet und stellt die Grundlage des Leitwert-Konzeptes dar. Die Bedeutung dieses Konzeptes läßt sich leichter fassen, wenn die Gesamtheit der Innen- und Außenräume als thermisches Netzwerk interpretiert wird. Den Knoten dieses Netzwerkes werden die Temperaturen  $\Theta$  zugeordnet. Die thermischen Verbindungen zwischen den Knoten sind durch die thermischen Leitwerte  $L'$  gegeben. Die sich in Abhängigkeit von den Knotentemperaturen  $\Theta$  einstellenden Transmissionswärmeflüsse zwischen allen Knoten – und damit zwischen allen Räumen des Gebäudes untereinander und auch zwischen allen Räumen und den äußeren Umgebungen -  $\Phi^t$  können berechnet werden, wenn Gleichung (1) für jeden Knoten, der einem Innenraum entspricht, aufgestellt wird und das entstandene System linearer Gleichungen gelöst wird.

---

<sup>1)</sup> Entwicklung und Begleitforschung Niedrigenergiehäuser Dunkelsteiner Wald. Forschungsprojekt im Auftrag des Bundesministeriums für wirtschaftliche Angelegenheiten, des Bundesministeriums für Umwelt, Jugend und Familie und des Amtes der niederösterreichischen Landesregierung.

<sup>2)</sup> Im Folgenden werden – soweit erforderlich – Kennungen zur genaueren Beschreibung einer Größe rechts oben angegeben. Bezüglich der Kennung wird die Konvention der europäischen Normung, wonach jeweils auf die englische Bezeichnung einer Größe Bezug zu nehmen ist, übernommen (hier  $t$ , wie *transmission*). Die verwendeten Kennungen sind am Schluß dieses Beitrages tabellarisch angeführt.

Die Struktur der Gleichung (1) legt es nahe, die thermischen Leitwerte  $L'_{i,j}$  in Matrixform anzuordnen. Die quadratische Matrix der thermischen Leitwerte ist - wie in [7] gezeigt - symmetrisch und hat im stationären Fall aus Gründen der Energieerhaltung die Eigenschaft, daß Spalten- und Zeilensummen verschwinden. Da die thermischen Leitwerte  $L'_{i,j}$  für  $i \neq j$ , d. h. für Leitwerte zwischen zwei unterschiedlichen Räumen - immer größer als null sind, bedeutet dies, daß die Hauptdiagonalglieder  $L'_{i,i}$  stets kleiner als null sein müssen.

Die Einfachheit der Beziehung (1) und des daraus ableitbaren thermischen Netzwerkes wird durch verschiedene, vereinfachende Annahmen erkauft, deren Einfluß auf die Genauigkeit der Berechnungsergebnisse jedoch für die überwiegende Zahl von in der Baupraxis relevanten Fragestellungen nur gering ist.

Unmittelbar fällt auf, daß den Knoten - und damit den Räumen des Gebäudes und den Außenräumen - jeweils nur eine Temperatur zugeordnet wird. Für die Innenräume ist dies die Lufttemperatur, für die Außenräume die Strahlungslufttemperatur.

Bei den Außenräumen stört diese Einschränkung insofern nicht, als durch Vergrößerung der Anzahl von Außenräumen die Verhältnisse an der Außenseite der Gebäudehülle sehr fein modelliert werden können. Soweit es für die zu lösende Fragestellung sinnvoll ist, kann für jede unterschiedliche Orientierung und im Falle gleicher Orientierung bei Auftreten unterschiedlicher Besonnung oder bei unterschiedlichen Oberflächeneigenschaften der Außenbauteile ein eigener Außenraum eingeführt werden.

Für die Räume im Inneren des Gebäudes bringt die Einschränkung auf eine einheitliche Lufttemperatur pro Raum den Verzicht auf die detaillierte Modellierung des Lufttemperaturfeldes innerhalb des Raumes mit sich. Zudem zwingt das hier entworfene thermische Modell insofern zu vereinfachten Ansätzen, als der langwellige Strahlungsaustausch innerhalb des Raumes nur überschlagsmäßig mittels Verwendung des Konzeptes der Wärmeübergangswiderstände erfaßt wird.

Für Fragestellungen, die auf die Berechnung von Wärmeflüssen hinauslaufen, also z. B. Heizlastberechnungen oder Heizwärmebedarfsberechnungen, beeinflusst die Wahl der Wärmeübergangswiderstände das Berechnungsergebnis zumeist nur wenig. Bei Fragestellungen, die auf die Berechnung der Temperaturverteilung an den inneren Bauteiloberflächen hinauslaufen, ist es hingegen angebracht, der richtigen Wahl der Wärmeübergangswiderstände größere Bedeutung beizumessen; Hinweise zu diesem Thema gibt die internationale Norm EN ISO 10211-1 [8].

Das Konzept der thermischen Leitwerte fußt auf der Linearität der Wärmeleitungsgleichung. Diese Linearität ist nur dann gegeben, wenn angenommen wird, daß die Wärmeleitfähigkeit, die spezifische Wärmekapazität und die Massendichte aller im Gebäude vorkommender Baumaterialien konstante, von der Temperatur unabhängige Werte haben. Für die Mehrzahl der im Planungsprozeß anstehenden Fragestellungen sind diese Annahmen sicherlich zulässig.

Das hier skizzierte Konzept der thermischen Leitwerte ist bestens geeignet, die Transmissionswärmeströme im Gebäude zu beschreiben. Aufgrund der einfachen, linearen Beziehungen ist dieses Konzept im stationären Fall sogar der Handrechnung zugänglich. Hierbei ist jedoch anzumerken, daß die thermischen Leitwerte, die unter Berücksichtigung mehrdimensional ablaufender Wärmeleitungsvorgänge zu ermitteln sind, nur mittels Einsatz eines geeigneten "Wärmebrückenprogrammes" berechnet werden können.

Grundsätzlich ist es möglich, ein Gebäude mit all' seinen Innenräumen mit einem geeigneten Wärmebrückenprogramm zu modellieren. Ergebnis einer solchen Berechnung ist direkt die Leitwertmatrix. Derzeit ist die Modellierung und Durchrechnung eines ganzen Gebäudes nur

in Ausnahmefällen unter Zugriff auf besonders leistungsfähige Wärmebrückenprogramme möglich. Im Normalfall werden die Elemente der Leitwertmatrix  $L'_{i,j}$  durch Berechnung und anschließende Summation von Teilleitwerten errechnet. Das Gebäude wird hierzu fiktiv in Teilbereiche zerlegt, für die jeweils die Matrizen der Teilleitwerte errechnet werden. Hierbei muß darauf Bedacht genommen werden, daß die fiktiven Schnittebenen in Bereiche des Gebäudes gelegt werden, für die in guter Näherung das Vorliegen eindimensionaler Wärmeleitung angenommen werden kann. In der internationalen Norm EN ISO 10211-1 [8] wird diese Art der Berechnung der Leitwertmatrix "direktes Verfahren" genannt. Nur angemerkt sei, daß das "indirekte Verfahren" der EN ISO 10211-1, das von der eindimensionalen Rechnung ausgeht und die Einflüsse von Wärmebrückeneffekten durch die Einführung von Leitwert-Zuschlägen zu erfassen trachtet, aufgrund der fehlenden physikalischen Fundierung für das hier vorgestellte Konzept nicht tauglich ist.

Der Ansatz (1) erlaubt es, die Transmissionswärmeverluste eines Raumes zu berechnen. Auch die Lüftungswärmeverluste des Raumes mit der Nummer  $i$ ,  $\Phi_i^v$ , können in das Konzept des thermischen Netzwerkes eingebunden werden und lassen sich mit der linearen Beziehung

$$\Phi_i^v = \sum_j c_a \cdot \rho_a \cdot \dot{V}_{i,j} \cdot (\Theta_i - \Theta_j) = \sum_j L'_{i,j} \cdot (\Theta_i - \Theta_j) \quad (2)$$

erfassen. Die Proportionalitätsfaktoren  $L'_{i,j}$  können als Lüftungsleitwerte interpretiert werden. Diese errechnen sich durch Multiplikation der Wärmekapazität der Luft  $c_a$  mit der Massendichte der Luft  $\rho_a$  und dem volumsbezogenen Luftdurchsatz  $\dot{V}_{i,j}$ . Zu berücksichtigen sind hierbei nur jene Luftvolumenströme  $\dot{V}_{i,j}$ , die dem Raum  $i$  vom Nachbarinnen- oder Außenraum  $j$  zugeführt werden. Die Luftvolumenströme, die Raum  $i$  verlassen, sind für das thermische Verhalten dieses Raumes ohne Belang.

Der Ansatz (2) erlaubt nicht nur die Berücksichtigung der Auswirkung der Frischluftzufuhr von außen auf das thermische Verhalten des Raumes sondern auch die Modellierung der Luftvolumenströme innerhalb des Gebäudes, also z. B. die einer Durchströmung des Gebäudes oder die eines Luftaustausches eines Raumes mit einem oder mehreren Nachbarräumen.

Die Wärmeverluste eines Raumes werden durch Summation der Transmissions- und der Lüftungswärmeverluste erhalten. Die Wärmeverluste an Nachbarräume im Gebäudeinneren sind von den Lufttemperaturen abhängig. Bei den Wärmeverlusten nach außen muß beim hier vorgestellten Konzept zwischen Außenlufttemperatur und Strahlungslufttemperatur unterschieden werden. Im Folgenden soll daher streng zwischen Lufttemperatur  $\Theta^a$  und Strahlungslufttemperatur  $\Theta^r$  unterschieden werden. Die Wärmeverluste des Innenraumes mit der Nummer  $i$  – und damit die dem Knoten  $i$  des thermischen Netzwerkes zuzuordnenden Wärmeverluste -  $\Phi_i^l$  ergeben sich gemäß

$$\Phi_i^l = \Phi_i^t + \Phi_i^v = - \sum_j^E L'_{i,j} \cdot \Theta_j^r - \sum_k^I L'_{i,k} \cdot \Theta_k^a + \sum_m^{E+I} L'_{i,m} \cdot (\Theta_i^a - \Theta_m^a) \quad (3)$$

Die erste Summe in Gleichung (3) beschreibt die Transmissionswärmeverluste des Raumes  $i$  nach außen. Zu summieren ist über alle  $E$  Außenräume. Mit der zweiten Summe von Gleichung (3) werden die Wärmeverluste zu allen anderen Räumen des Gebäudes erfaßt. Zu summieren ist über alle  $I$  Räume des Gebäudes, also auch über den betrachteten Raum  $i$ . Angemerkt sei in diesem Zusammenhang, daß die Transmissionsleitwerte zwischen weit entfernten Räumen zwar nicht null, aber verschwindend klein werden können. Damit können sehr viele Terme in Gleichung (3) vernachlässigt werden.

Die letzte Summe von Gleichung (3) beschreibt die Lüftungswärmeverluste. Zu summieren ist hierbei über sämtliche Außen- und Innenräume. Die Lüftungsleitwerte sind allerdings nur dann ungleich null, wenn der aus Raum  $m$  dem Raum  $i$  zukommende Luftvolumenstrom  $\dot{V}_{i,m}$  größer als null ist. Im Allgemeinen wird aus diesem Grund die letzte Summe in Gleichung (3) nur aus einigen, wenigen Summanden bestehen.

Für die hier angesprochene thermische Gebäudesimulation müssen neben den Wärmeverlusten eines jeden Raumes auch die Wärmegewinne in den Räumen in Rechnung gestellt werden. Wärmegewinne in den Räumen eines Gebäudes können durch die solare Einstrahlung durch transparente, raumbegrenzende Bauteile, durch Einflüsse, die mit der Nutzung des Gebäudes zusammenhängen (Wärmeabgabe durch Personen, Beleuchtung und Geräte) und durch die Wärmeabgabe von Heizkörpern entstehen.

In einem ersten Schritt stellt sich die Aufgabe, die dem Raum  $i$  durch direkte und diffuse Sonneneinstrahlung zukommende Wärmeleistungen  $\Phi_i^{s,dir}$  und  $\Phi_i^{s,dif}$ , die durch die Raumnutzung in Raum  $i$  erstehenden Wärmeleistungen  $\Phi_i^j$  und die durch Heizkörper im Raum erzeugte Wärmeleistungen  $\Phi_i^h$  zu ermitteln. Betont sei an dieser Stelle, daß die Berechnung der sich durch Sonneneinstrahlung durch die transparenten Raumbegrenzungen ergebenden Wärmeleistungen eine gewissenhafte Modellierung des Strahlungsdurchgangs durch die Verglasungen, die auch den Einfallswinkel der Sonne berücksichtigt, erfordert – siehe z. B. [11].

Es wäre nun verfehlt, die für Raum  $i$  berechneten Wärmegewinne zur Gänze der Raumluft des Raumes  $i$  zuzuordnen. Im Normalfall befinden sich die Wärmequellen zum großen Teil auf den inneren Oberflächen der raumumschließenden Bauteile und der Einrichtungsgegenstände. Der Raumluft des Raumes  $i$  – und damit dem Knoten  $i$  des thermischen Netzwerkes – ist unmittelbar normalerweise nur ein geringer Teil der Wärmeleistungen zuzuordnen.

In einem zweiten Schritt sind daher die für Raum  $i$  errechneten Wärmeleistungen auf die inneren Oberflächen und die Raumluft aufzuteilen. Soll diese Festlegung mit hoher Genauigkeit erfolgen, so ist für diesen Berechnungsschritt mit einem extrem hohen Aufwand zu rechnen. Es kann jedoch davon ausgegangen werden, daß für den Großteil der für die Baupraxis relevanten Fragestellungen die Art und Weise der Verteilung der Wärmequellen auf die Oberflächen nur wenig Auswirkung auf das Berechnungsergebnis hat. Es genügt zumeist, zwischen Wärmequellen am Fußboden, jenen an Wänden und Decke und jenen in Raumluft zu unterscheiden. Der Anteil der Wärmeleistung, der der Fußbodenoberfläche zugeteilt wird, soll mit dem Index  $f$  gekennzeichnet werden und ist natürlich für die Wärmegewinne durch Sonneneinstrahlung, Raumnutzung und Heizung unterschiedlich anzusetzen. Die Quellstärke der Wärmequelle am Fußboden  $\Phi_i^f$  ergibt sich damit zu

$$\Phi_i^f = p_i^{f,s,dir} \cdot \Phi_i^{s,dir} + p_i^{f,s,dif} \cdot \Phi_i^{s,dif} + p_i^{f,j} \cdot \Phi_i^j + p_i^{f,h} \cdot \Phi_i^h \quad . \quad (4)$$

Für die Anteile  $p_i^f$  kommen selbstverständlich nur Werte zwischen 0 und 1 in Betracht.

Für die Quellstärke der Wärmequelle an den raumzugewandten Oberflächen von Wänden und Decke ergibt sich analog zu Gleichung (4)

$$\Phi_i^w = p_i^{w,s,dir} \cdot \Phi_i^{s,dir} + p_i^{w,s,dif} \cdot \Phi_i^{s,dif} + p_i^{w,j} \cdot \Phi_i^j + p_i^{w,h} \cdot \Phi_i^h \quad . \quad (5)$$

Zur Gänze der Raumluft – und damit dem Knoten  $i$  – wird lediglich der verbleibende Rest der Wärmeleistung zugeordnet:

$$\Phi_i^a = p_i^{a,s,dir} \cdot \Phi_i^{s,dir} + p_i^{a,s,dif} \cdot \Phi_i^{s,dif} + p_i^{a,j} \cdot \Phi_i^j + p_i^{a,h} \cdot \Phi_i^h \quad . \quad (6)$$

Aus Gründen der Energieerhaltung muß die Summe jener Anteile  $p$ , die sich auf die Wärmeleistung der gleichen Art bezieht, den Wert eins annehmen; für die Wärmeleistung aufgrund von direkter Sonneneinstrahlung muß also z. B. die Beziehung

$$p_i^{f,s,dir} + p_i^{w,s,dir} + p_i^{a,s,dir} = 1 \quad (7)$$

gelten.

Sind die Quellstärken der Wärmequellen im Raum  $i$  berechnet, so stellt sich die Frage, welcher Anteil der Quellstärken der Wärmequellen auf den Bauteiloberflächen dem betrachteten Raum  $i$  zukommt und wie groß jene Anteile der Quellstärken sind, die aufgrund von Wärmeleitung in den Bauteilen anderen Räumen des Gebäudes zukommen. In [6] wird die Gesamtheit der gesuchten Anteile "Heizleistungsverteilungsschlüssel" genannt. Ein Element  $v_{i,j}$  des Heizleistungsverteilungsschlüssels stellt jenen Anteil der Wärmeleistung einer dem Raum  $i$  zugeordneten Wärmequelle dar, der dem Raum  $j$  – d. h. einem anderem Raum des Gebäudes oder einem der Außenräume aufgrund von Wärmeleitung zukommt. Es läßt sich direkt aus der Wärmeleitungsgleichung ableiten, daß die Elemente des Heizleistungsverteilungsschlüssels von der Quellstärke unabhängig sind und lediglich von den Eigenschaften der Baukonstruktion und von Lage und Art der Wärmequellen abhängen [6]. Bezüglich Form und Aufbau der Baukonstruktion sowie Form und Lage der Wärmequelle in der Baukonstruktion gibt es hierbei keinerlei Einschränkung. Insbesondere ist es möglich, den Heizleistungsverteilungsschlüssel für die Wärmequellen an den inneren Oberflächen der raumbegrenzenden Bauteile zu berechnen.

Aufgrund der Energieerhaltung muß im hier diskutierten stationären Fall die Summe der Elemente eines Heizleistungsverteilungsschlüssels natürlich gleich eins sein, d. h. es muß die Beziehung

$$\sum_j^{I+E} v_{i,j} = 1 \quad (8)$$

gelten. Zu summieren ist in Gleichung (8) über alle  $I$  Innenräume des Gebäudes und über sämtliche  $E$  Außenräume.

Der dem Raum  $i$  zukommende Wärmegewinn  $\Phi_i^g$  läßt sich wie folgt ausdrücken:

$$\Phi_i^g = \Phi_i^a + v_{i,i}^f \cdot \Phi_i^f + v_{i,i}^w \cdot \Phi_i^w + \sum_{j \neq i}^I (v_{j,i}^f \cdot \Phi_j^f + v_{j,i}^w \cdot \Phi_j^w) \quad (9)$$

Der erste Term auf der rechten Seite von Gleichung (9) ist jene Wärmeleistung, die direkt an die Raumluft des Raumes  $i$  abgegeben wird. Der zweite und dritte Term steht für jenen Anteil der Wärmeleistung der Wärmequellen an Fußboden bzw. Decke in Raum  $i$ , der diesem Raum zufließt. Die Summe über alle Innenräume des Gebäudes – mit Ausnahme des betrachteten – beschreibt alle jene Wärmegewinne in Raum  $i$ , die durch die Wärmequellen an den Oberflächen der anderen Räume mittels Wärmeleitung in der Baukonstruktion dem Raum  $i$  zukommen. Evident können der zweite und dritte Term in Gleichung (9) in diese Summe hineingezogen werden, so daß die Wärmegewinne, die dem Knoten  $i$  zugeschrieben werden, in der einfachen Form

$$\Phi_i^g = \Phi_i^a + \sum_j^I (v_{j,i}^f \cdot \Phi_j^f + v_{j,i}^w \cdot \Phi_j^w) \quad (10)$$

dargestellt werden können.

Im hier behandelten stationären Fall müssen die Wärmeverluste eines Raumes  $\Phi_i^l$  genau gleich groß sein wie die dem Raum zukommenden Wärmegewinne  $\Phi_i^g$ . Unter Verwendung

von Gleichung (3) und Gleichung (10) nimmt die stationäre Wärmebilanzgleichung für Raum  $i$  die Form

$$-\sum_j^E L'_{i,j} \cdot \Theta_j^r - \sum_k^I L'_{i,k} \cdot \Theta_k^a + \sum_m^{E+I} L^v_{i,m} \cdot (\Theta_i^a - \Theta_m^a) = \Phi_i^a + \sum_j^I (v_{j,i}^f \cdot \Phi_j^f + v_{j,i}^w \cdot \Phi_j^w) \quad (11)$$

an.

Wird die Wärmebilanzgleichung (11) für alle  $I$  Räume des Gebäudes aufgestellt, so entsteht ein lineares Gleichungssystem mit  $I$  Gleichungen und ebenso vielen Unbekannten. Die Unbekannte ist bei Räumen, in denen die (Soll-) Lufttemperatur  $\Theta^a$  vorgegeben ist, die zum Halten dieser Temperatur erforderliche Heiz- oder Kühlleistung  $\Phi^{h,1}$ . Im Falle vorgegebener oder verschwindender Heiz- oder Kühlleistungen ist Gleichung (11) nach der Lufttemperatur  $\Theta^a$  aufzulösen.

Vorausgesetzt, daß die Fragestellung sinnvoll ist, ist das Gleichungssystem eindeutig lösbar. Der Umstand, daß im Normalfall die Gleichungen des Gleichungssystems nach jeweils unterschiedlichen Unbekannten aufzulösen sind, bereitet beim Aufsuchen der Lösung kein Problem.

Unter Zugriff auf das Leitwertkonzept können – wie skizziert – über die Modellierung eines thermischen Netzwerkes die Wärmeströme zwischen den Räumen und die Lufttemperaturen in den Räumen eines Gebäudes unter stationären Randbedingungen errechnet werden. Hierbei werden die Wärmeleitungseffekte in den Bauteilen des Gebäudes unter Zugrundelegung eines thermisch dreidimensionalen Modells beschrieben.

Die Auswirkung von Wärmequellen in oder an der Oberfläche der Baukonstruktionen wird unter Zugriff auf das Konzept der Heizleistungsverteilungsschlüssel, das keinerlei Einschränkung bezüglich Anzahl, Lage und Art von Wärmequellen im Bauteil kennt, erfaßt. Daher läßt sich auch die Auswirkung von Heizsystemen, die innerhalb der Bauteile situiert sind, wie z. B. Fußboden-, Decken- oder Wandheizungen, problemlos mit dem entworfenen Konzept eines thermischen Netzwerkes berücksichtigen.

Im folgenden Abschnitt wird auf das thermische Verhalten des Gebäudes unter instationären Randbedingungen eingegangen und das hier vorerst nur für stationäre Verhältnisse entwickelte Konzept auf instationäre, periodisch eingeschwungene Zustände erweitert. Hierbei wird dem Anspruch, auch die Wärmespeicherungsvorgänge in den Bauteilen des Gebäudes thermisch dreidimensional zu berücksichtigen, Rechnung getragen.

---

<sup>1</sup> Aus Gründen der leichteren Überschaubarkeit wurde  $\Phi_i^h$  in Bilanzgleichung (11) nicht explizit angegeben;  $\Phi_i^h$  ist in den Quelldichten  $\Phi_i^a$ ,  $\Phi_i^f$  und  $\Phi_i^w$  enthalten – siehe die Gleichungen (4), (5) und (6).

### 3 Die periodisch eingeschwungene Rechnung

Wie in [5] gezeigt, läßt sich das Leitwert-Konzept auf instationäre, periodisch eingeschwungene Vorgänge verallgemeinern. Bei diesem Berechnungsansatz werden sämtliche sich zeitlich ändernden Größen in *Fourier-Reihen* der Form

$$f(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \hat{f}_n \cdot e^{-j \cdot \omega_n \cdot t} \quad (12)$$

entwickelt<sup>2</sup>. Die zur Harmonischen  $n$  gehörige Amplitude  $\hat{f}_n$  ist komplexwertig; die zur gleichen Harmonischen  $n$  gehörige Kreisfrequenz  $\omega_n$  ist durch

$$\omega_n = n \cdot \frac{2 \cdot \pi}{T} \quad (13)$$

gegeben. Die Periodenlänge  $T$  hängt von der zu beantwortenden Fragestellung ab.

Der Zusammenhang zwischen der zur  $n$ -ten Harmonischen gehörigen komplexen Amplitude des Wärmeverlustes eines Raumes  $i$ ,  $\hat{\Phi}_{i,n}^t$ , und den entsprechenden komplexen Amplituden der Temperaturen in den Räumen des Gebäudes und den Außenräumen  $\hat{\Theta}_{j,n}$  ist durch die zu Gleichung (1) analoge Beziehung

$$\hat{\Phi}_{i,n}^t = - \sum_j \tilde{L}_{i,j,n}^t \cdot \hat{\Theta}_{j,n} \quad (14)$$

gegeben – siehe [5]. Der Leitwert  $\tilde{L}_{i,j,n}^t$  ist komplexwertig und wird harmonischer thermischer Leitwert genannt [9]. Die komplexe Amplitude des Lüftungswärmeverlustes von Raum  $i$ ,  $\hat{\Phi}_{i,n}^v$ , ergibt sich für zeitlich konstanten Luftvolumenstrom analog zur Gleichung (2) gemäß

$$\hat{\Phi}_{i,n}^v = \sum_j c_a \cdot \rho_a \cdot \dot{V}_{i,j} \cdot (\hat{\Theta}_{i,n} - \hat{\Theta}_{j,n}) = \sum_j L_{i,j}^v \cdot (\hat{\Theta}_{i,n}^a - \hat{\Theta}_{j,n}^a) \quad (15)$$

Der Lüftungsleitwert ist ident mit jenem der stationären Rechnung. Die Differenz der Lufttemperaturen in Gleichung (2) ist hier durch die Differenz der zur  $n$ -ten Harmonischen gehörigen komplexen Amplituden der Lufttemperaturen zu ersetzen - siehe [12].

Zur Berücksichtigung des sich zeitlich verändernden Verlaufes der Quellstärken der Wärmequellen an Fußboden-, Decken- und Wandoberflächen werden die durch Sonneneinstrahlung, Raumnutzung und Beheizung auftretenden Wärmeflüsse in *Fourier-Reihen* gemäß Gleichung (12) entwickelt. Wird nun vereinfachend angenommen, daß die Aufteilung der Wärmegewinne auf Bauteiloberflächen und Raumluft nach einem zeitunabhängigen Aufteilungsschlüssel erfolgt, so werden als Ergebnis eines Koeffizientenvergleichs die Beziehungen zwischen den komplexen Amplituden der Quellstärken und den komplexen Amplituden der Heizleistungen in Analogie zu den Gleichungen (4), (5) und (6) erhalten. Für die  $n$ -te Harmonische ergeben sich die komplexen Amplituden der Quellstärken für Raum  $i$ ,  $\hat{\Phi}_{i,n}$ , nach folgenden Beziehungen

$$\hat{\Phi}_{i,n}^f = p_i^{f,s,dir} \cdot \hat{\Phi}_{i,n}^{s,dir} + p_i^{f,s,dif} \cdot \hat{\Phi}_{i,n}^{s,dif} + p_i^{f,i} \cdot \hat{\Phi}_{i,n}^i + p_i^{f,h} \cdot \hat{\Phi}_{i,n}^h \quad , \quad (16)$$

$$\hat{\Phi}_{i,n}^w = p_i^{w,s,dir} \cdot \hat{\Phi}_{i,n}^{s,dir} + p_i^{w,s,dif} \cdot \hat{\Phi}_{i,n}^{s,dif} + p_i^{w,i} \cdot \hat{\Phi}_{i,n}^i + p_i^{w,h} \cdot \hat{\Phi}_{i,n}^h \quad \text{und} \quad (17)$$

<sup>2</sup> In Abstimmung mit der internationalen Norm EN ISO 13786 [9] wird die imaginäre Einheit hier mit  $j$  bezeichnet.

$$\hat{\Phi}_{i,n}^a = p_i^{a,s,dir} \cdot \hat{\Phi}_{i,n}^{s,dir} + p_i^{a,s,dif} \cdot \hat{\Phi}_{i,n}^{s,dif} + p_i^{a,i} \cdot \hat{\Phi}_{i,n}^i + p_i^{a,h} \cdot \hat{\Phi}_{i,n}^h \quad . \quad (18)$$

Wie in [6] gezeigt, ist auch das Konzept der Heizleistungsverteilungsschlüssel auf periodisch eingeschwungene Vorgänge verallgemeinerbar. Der harmonische Heizleistungsverteilungsschlüssel für eine Wärmequelle innerhalb oder an der Oberfläche von Bauteilen  $\tilde{v}_{i,j,n}$  ist komplexwertig. Das Produkt dieses Verteilungsschlüssels mit der komplexen Amplitude der Quellstärke der Wärmequelle  $\hat{\Phi}_{j,n}$  ergibt die komplexe Amplitude jener Heizleistung, die dem Raum  $i$  aufgrund einer Wärmequelle in Raum  $j$  zukommt. In Analogie zu Gleichung (10) ist die komplexe Amplitude für die  $n$ -te Harmonische des dem Knoten  $i$  zuzuordnenden Wärmegewinns durch die Beziehung

$$\hat{\Phi}_{i,n}^g = \hat{\Phi}_{i,n}^a + \sum_j^I (\tilde{v}_{j,i,n}^f \cdot \hat{\Phi}_{j,n}^f + \tilde{v}_{j,i,n}^w \cdot \hat{\Phi}_{j,n}^w) \quad (19)$$

gegeben.

Bei periodisch eingeschwungener Rechnung ist für jede betrachtete Harmonische  $n$  eine Bilanzgleichung der Form

$$-\sum_j^E \tilde{L}_{i,j,n}^t \cdot \hat{\Theta}_{j,n}^r - \sum_k^I \tilde{L}_{i,k,n}^t \cdot \hat{\Theta}_{k,n}^a + \sum_m^{E+I} \tilde{L}_{i,m,n}^v \cdot (\hat{\Theta}_{i,n}^a - \hat{\Theta}_{m,n}^a) = \hat{\Phi}_{i,n}^a + \sum_j^I (\tilde{v}_{j,i,n}^f \cdot \hat{\Phi}_{j,n}^f + \tilde{v}_{j,i,n}^w \cdot \hat{\Phi}_{j,n}^w) \quad (20)$$

aufzustellen. Es entsteht somit für jede Harmonische ein Gleichungssystem mit komplexwertigen Koeffizienten, dessen Lösung – je nach Fragestellung – entweder zu den komplexen Amplituden der Raumlufttemperatur  $\hat{\Theta}_{i,n}^a$  oder zu den komplexen Amplituden der im Raum  $i$  aufzubringenden Heiz- oder Kühlleistung  $\hat{\Phi}_{i,n}^h$  führt. Die gesuchten Zeitverläufe von Lufttemperatur bzw. Heiz- oder Kühlleistung werden durch Einsetzen der komplexen Amplituden in Gleichung (12) – also mittels *Fourier*-Synthese – erhalten.

Das Verwenden des periodisch eingeschwungenen Ansatzes hat den Vorteil, daß für jede zu berücksichtigende Harmonische lediglich ein Gleichungssystem aufzustellen und zu lösen ist. Da die Gleichungen zeitfrei sind, werden Fehler, wie sie bei anderen Lösungsmethoden durch zeitliche Diskretisierung entstehen, vermieden. Auch das Problem des Setzens der unbekanntenen Anfangsbedingungen stellt sich bei periodisch eingeschwungener Rechnung nicht.

Der hier vorgestellte Berechnungsansatz ist in den Temperaturen und Wärmeströmen linear. Der Einfachheit der Beziehungen zur Beschreibung des thermischen Verhaltens von Gebäuden steht der Umstand entgegen, daß es für die Planungspraxis wichtige Fragestellungen gibt, die mit linearen Ansätzen nicht beantwortet werden können. Der Diskussion dieser Problematik und dem Aufzeigen von Lösungsmöglichkeiten ist u. a. der nächste Abschnitt gewidmet.

#### 4 Dreidimensionale thermische Gebäudesimulation als Planungshilfsmittel

Wie gezeigt, führt die Modellierung eines Gebäudes als thermisches Netzwerk einerseits und die Beschränkung auf die Betrachtung periodisch eingeschwungener Vorgänge andererseits auf einen einfach zu durchschauenden, leicht umzusetzenden und sehr effektiven Berechnungsansatz für eine dreidimensionale, periodisch eingeschwungene thermische Gebäudesimulation. Die der Simulation zugrunde zu legende Periodenlänge hängt eng mit der zu beantwortenden Fragestellung zusammen. Für die Untersuchung der innenklimatischen Bedingungen während Hitzeperioden im Sommer wird in nationalen und internationalen Normenwerken [13, 14] die Periodenlänge mit einem Tag festgelegt. Bezüglich dynamischer Kühllastbe-

rechnungen kann auch die Verwendung der Wochenperiode von Interesse sein. Für Heizwärmebedarfsberechnungen ist die Wahl der Jahresperiode naheliegend.

Dem entwickelten Konzept entsprechend gliedert sich eine dreidimensionale thermische Gebäudesimulation in drei Berechnungsschritte. In einem ersten Schritt wird die Matrix der harmonischen thermischen Leitwerte und die harmonischen Heizleistungsverteilungsschlüssel mittels dreidimensionaler Modellierung unter Zugriff auf ein geeignetes „Wärmebrückenprogramm“ berechnet. Für diesen Berechnungsschritt ist die Vorgabe von Annahmen bezüglich der Randbedingungen – also der Lufttemperaturen und Strahlungslufttemperaturen - sowie der Quelldichten der Wärmequellen nicht notwendig.

In einem zweiten Schritt erfolgt die eigentliche, periodisch eingeschwungene Simulation durch Aufstellung und Lösung der Bilanzgleichungssysteme gemäß Gleichung (20) für alle betrachteten Harmonischen einschließlich der 0-ten Harmonischen, also des stationären Bilanzgleichungssystems gemäß Gleichung (11). In diesen Berechnungsschritt fällt auch die Aufbereitung der Randbedingungen mittels Berechnung von Bestrahlungsstärken durch Sonneneinstrahlung, der Modellierung des Strahlungsdurchganges durch die Gläser, der Berücksichtigung der Gebäudenutzung, der Berechnung von Strahlungslufttemperaturen, etc. . Als Ergebnis der Simulation liegen vorerst die errechneten Zeitverläufe der Lufttemperaturen in den Räumen des Gebäudes bzw. die Heiz- oder Kühlleistungsverläufe, die zur Einhaltung vorgegebener Temperaturverläufe notwendig sind, vor.

In einem dritten Berechnungsschritt können mit den errechneten Zeitverläufen unter Zugriff auf das im Berechnungsschritt 1 verwendete Wärmebrückenprogramm die Temperaturverteilungen innerhalb sämtlicher Bauteile errechnet werden. Da im Zuge der Berechnung der thermischen Leitwerte die Ermittlung der Basislösungen (siehe hierzu [5] und [6]) bereits im ersten Berechnungsschritt erfolgt ist, kommt der Berechnung der Temperaturverteilungen in den Bauteilen und der Ermittlung sämtlicher Oberflächentemperaturen der Charakter einer Auswertung zu. Mit dieser Ergebnisauswertung ist es u. a. möglich, für jeden Raum des Gebäudes den zeitlichen Verlauf der empfundenen Temperatur unter Berücksichtigung der dreidimensional ablaufenden Wärmeleitungsvorgänge und der Wärmespeicherung in den Bauteilen des Gebäudes zu berechnen.

Die periodisch eingeschwungene Berechnung bedeutet eine gewisse Einschränkung in Hinblick auf die mit diesem Ansatz beantwortbaren Fragestellungen. In Bereichen der Bauplanung, die auf die thermisch-energetische Optimierung der Gebäudehülle ausgerichtet sind, stört diese Einschränkung zumeist wenig. Die Vorteile des periodisch eingeschwungenen Ansatzes – extrem kurze Rechenzeiten und unmittelbar interpretierbare Ergebnisse – überwiegen in diesem Arbeitsbereich deutlich. Für jene Fragestellungen aus der Heizungs- und Klimatechnik, die nach der Modellierung von Schalt- und Regelungsvorgängen verlangen, ist der periodisch eingeschwungene Ansatz hingegen zumeist nicht brauchbar.

Die Linearität des hier vorgestellten physikalischen Modells stellt insofern ein Problem dar, als eine Vielzahl praxisrelevanter Fragestellungen mit linearen Methoden nicht beantwortet werden kann. Ein Beispiel für solch‘ eine Problemstellung ist die Frage nach dem thermischen Verhalten von Räumen bei zeitlich veränderlichem Luftwechsel, wie z. B. die Frage nach der Wirksamkeit verstärkter Nachtlüftung im Sommer. Auch die Berechnung von Heizleistungsverläufen zur Einhaltung vorgegebener Soll-Temperaturen, die in ihrem Zeitverlauf nicht negativ werden dürfen, ist mit linearen Methoden nicht möglich.

Fragestellungen, zu deren Beantwortung lineare Modelle nicht unmittelbar geeignet sind, können dennoch unter Festhalten am linearen Modell beantwortet werden, wenn von iterativen Algorithmen Gebrauch gemacht wird. Durch die Verwendung rasch konvergierender Berechnungsansätze werden die für die Simulation benötigten Rechenzeiten nur unwesentlich vergrößert. Die für den periodisch eingeschwungenen Berechnungsansatz charakteristischen,

extrem kurzen Rechenzeiten bleiben auch bei Behandlung von Fragestellungen, die nur mit iterativen Methoden beantwortet werden können, erhalten.

Eine dreidimensionale, instationäre thermische Gebäudesimulation wird dann benötigt, wenn der Wärmetransport mehrdimensional abläuft und zudem zu erwarten ist, daß Wärmespeicherfähigkeitseffekte das Berechnungsergebnis maßgeblich beeinflussen werden. Die Mehrdimensionalität des Wärmeflusses durch die Bauteile eines Gebäudes ist generell gegeben; eindimensionale Wärmeleitung ist im Bauwesen eine seltene Ausnahme und nicht die Regel.

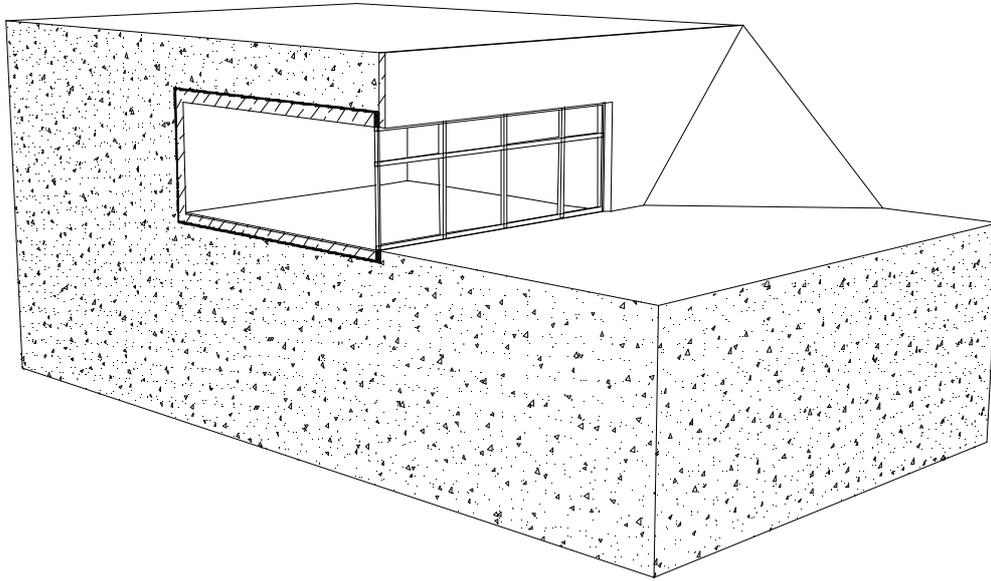
Wärmespeicherfähigkeitseffekte spielen bekanntlich bei Sommertauglichkeitsuntersuchungen eine große Rolle. Es ist daher naheliegend anzunehmen, daß die hier vorgestellte dreidimensionale thermische Gebäudesimulation die Planungssicherheit in Hinblick auf das Sommerverhalten von Räumen und Gebäuden zu erhöhen geeignet ist. Normgemäße Sommertauglichkeitsuntersuchungen, wie sie z. B. in der ÖNorm B8110-3 [13] oder in der internationalen Norm EN ISO 13791 [14] festgeschrieben sind, sind periodisch eingeschwungen in eindimensionaler Näherung durchzuführen. Bei der Flächenermittlung sind hierbei Innenabmessungen zu verwenden. Es ist zu erwarten, daß diese Art der Grobmodellierung der Gebäudehülle zu zu hohen Innentemperaturen führt, d. h. „auf der sicheren Seite“ liegt. Eine Überprüfung der Genauigkeit der normgemäßen Simulation des thermischen Sommerverhaltens von Räumen steht noch aus und soll einer späteren Publikation vorbehalten bleiben.

Normalerweise spielen Wärmespeicherfähigkeitseffekte bei der Berechnung des Heizwärmebedarfes von Gebäuden nur eine untergeordnete Rolle. Erst wenn die Wärmespeicherfähigkeit der Bauteile des Gebäudes sehr groß wird, ist zu erwarten, daß die dreidimensional instationäre Berechnung deutlich andere Ergebnisse liefern wird als die übliche Art der Simulation, in der Wärmebrücken lediglich über die Einführung stationärer Korrekturfaktoren berücksichtigt werden. Beispiele, für die eine dreidimensionale instationäre Modellierung notwendig sein wird, sind Altbauten mit sehr dicken, massiven Mauern, Kirchen, Schutzbauten, etc. . Eine dreidimensional instationäre Modellierung ist zudem generell bei Fragestellungen angezeigt, bei denen der Wärmedurchgang durch den Erdboden eine wesentliche Rolle spielt. Im folgenden Abschnitt wird exemplarisch die Heizwärmebedarfsberechnung für ein ins Erdreich abgesenktes Haus unter Verwendung des hier vorgestellten physikalischen Modells behandelt und auf die Möglichkeiten und Grenzen des entwickelten Simulationsmodells eingegangen.

## **5 Beispiel**

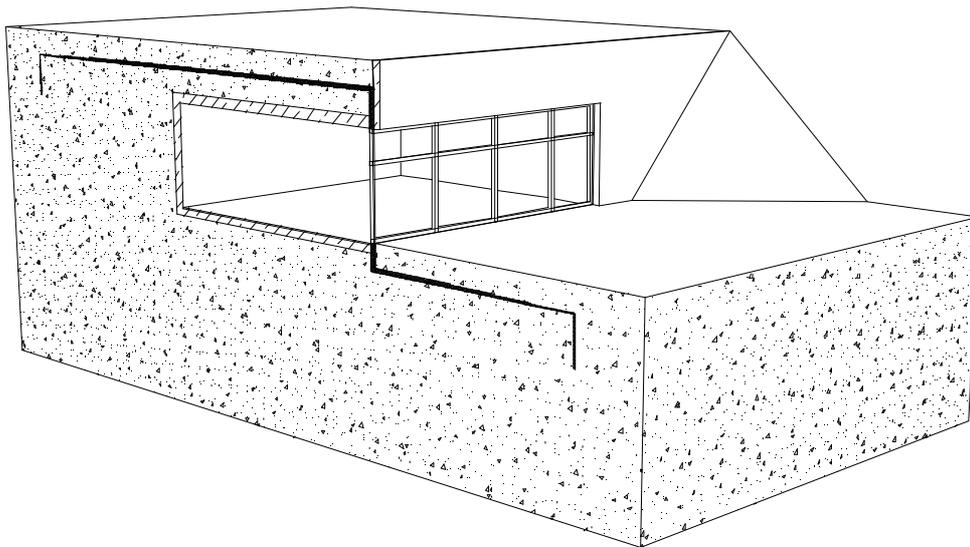
Bei der Berechnung des Heizwärmebedarfes von Gebäuden liegt insofern eine für das beschriebene Berechnungsmodell besonders unangenehme Fragestellung vor, als es vom Zeitpunkt im Jahr abhängt, welche Größe gesucht wird. In der kalten Jahreszeit wird nach der zur Aufrechterhaltung einer vorgegebenen Innenlufttemperatur benötigten Heizwärmeleistung gefragt. Im Sommer hingegen interessiert in erster Linie die sich bei verschwindenden Heizleistungen einstellende Innenlufttemperatur. Die Zeitpunkte von Anfang und Ende der Heizsaison hängen von den außenklimatischen Bedingungen am Gebäudestandort, von der thermisch-energetischen Qualität der Gebäudehülle und von der Gebäudenutzung ab und sind ebenfalls unbekannte Größen. Erschwerend kommt zur skizzierten Fragestellung dazu, daß der Luftwechsel mit Außenluft im Jahresverlauf unterschiedlich anzusetzen ist. Während der Heizsaison wird es sinnvoll sein, nur den hygienisch erforderlichen Luftwechsel anzusetzen. Im Sommer hingegen soll die Frage nach dem zur Vermeidung der Überwärmung des Gebäudes notwendigen Luftwechsel beantwortet werden. Die skizzierte Fragestellung kann nur durch Anwendung mehrerer, aufeinander abgestimmter Iterationszweige mit der geforderten Genauigkeit beantwortet werden.

Untersucht werden im Folgenden zwei Gebäude, deren Besonderheit darin besteht, daß sie zum Großteil von Erdreich umgeben sind. Lediglich die hochverglaste Südfassade grenzt direkt an Außenluft – siehe die *Bilder 1* und *2*. Der Unterschied zwischen den beiden zu untersuchenden Gebäuden besteht einzig darin, daß die Wärmedämmung der Außenhülle des Gebäudes verschieden dimensioniert und verschieden positioniert ist.



**Bild 1.** Skizze des konventionell gedämmten Erdhauses (Gebäude 1)

Die Anordnung der Wärmedämmung für Gebäude 1 entspricht einem konventionellen Planungsentwurf; die Außenbauteile (jeweils 30 cm Stahlbeton) sind an ihrer Außenseite wärmedämmend. Bei Gebäude 2 hingegen bleiben gemäß einer Entwurfsstrategie, die auf *J. Hait* [15] zurückgeht, die Außenbauteile ungedämmt. Hingegen wird das das Gebäude umgebende Erdreich mittels einer schirmartigen Anordnung der Wärmedämmung von den Einflüssen des Außenklimas geschützt.



**Bild 2.** Skizze des gemäß PAHS gedämmten Erdhauses (Gebäude 2)

Die von *J. Hait* für diese Anordnung der Wärmedämmung verwendete Bezeichnung “Passive Annual Heat Storage” – abgekürzt “PAHS” - läßt unmittelbar die Entwurfs-Idee erkennen. Es soll mittels thermischer Verkopplung des Gebäudes mit dem umgebenden Erdreich die Wär-

mespeicherfähigkeit des Gesamtsystems derart erhöht werden, daß die durch den solaren Strahlungsdurchgang durch die hochverglaste Südfassade im Gebäude auftretenden Wärmegewinne auf lange Zeit gespeichert bleiben und somit den Heizwärmebedarf in der kalten Jahreszeit reduzieren.

Im folgenden Beispiel soll untersucht werden, inwieweit die Anordnung der Dämmung nach *Hait* (PAHS) geeignet ist, den Heizwärmebedarf von im Erdboden versenkten Häusern mit einer als Solarkollektor wirkenden hochverglasten Südfassade zu senken. Wie so oft lagen bezüglich des PAHS-Konzeptes lange weder Berechnungsergebnisse noch weiterverwendbare Erfahrungswerte bezüglich des Betriebsverhaltens solcher Gebäude vor. Eine rechnerische Voruntersuchung [16] hat gezeigt, daß eine genauere Untersuchung des PAHS-Konzeptes für Gebäudestandorte in Mitteleuropa sinnvoll erscheint.

Es soll nun ein nach PAHS gedämmtes Gebäude mit einem Gebäude verglichen werden, dessen Außenbauteile gegen das Erdreich abgedämmt sind. Bezüglich Gebäudegeometrie und Bauteilaufbauten werden für beide zu untersuchenden Gebäude jeweils gleiche Annahmen getroffen. Um nicht vom Wesentlichen abzulenken, wird das Berechnungsmodell bewußt einfach angesetzt. So wird angenommen, daß innerhalb des Gebäudes einheitliche Temperatur herrscht. Auch auf die Berücksichtigung der Strahlungseinflüsse auf die äußere Erdoberfläche und somit auf eine Aufteilung der Erdoberfläche in verschiedene Außenräume wird verzichtet. Als Außentemperatur wird vereinfachend die Außenlufttemperatur angesetzt. Im so geschaffenen Berechnungsmodell existieren nur zwei Temperaturzonen, die innere und die äußere.

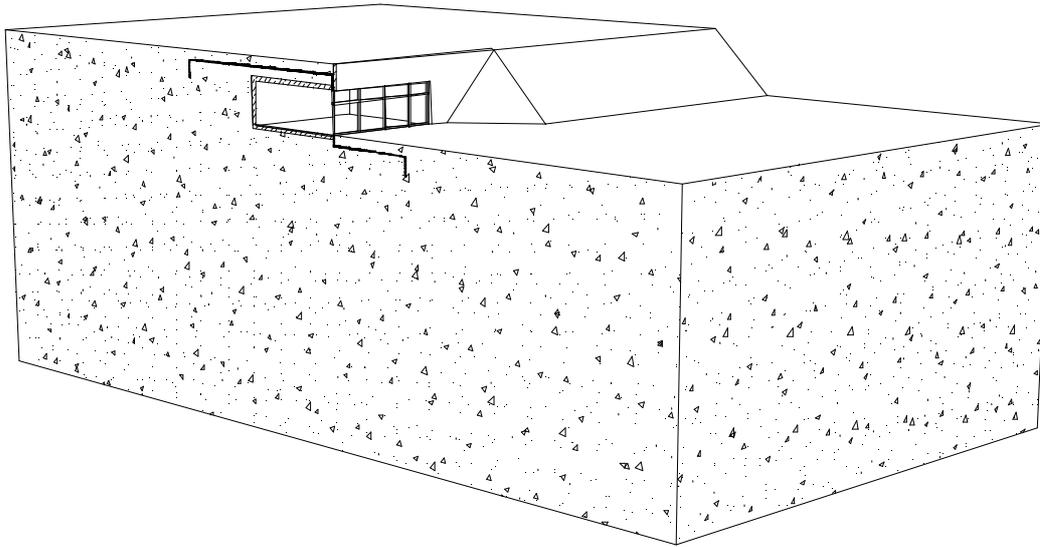
Aufgrund der sehr großen Wärmespeicherfähigkeit der Außenbauteile des Gebäudes und des umgebenden Erdreiches kann auch auf eine Berücksichtigung der Wärmespeicherfähigkeit der Innenbauteile verzichtet werden. Das Gebäude wird daher als leerer Quader mit einer Länge von 15,0 m, einer Breite von 7,0 m und einer Höhe von 2,8 m (jeweils Innenmaße) modelliert. Außenwände und Decken bestehen aus 30 cm Stahlbeton. Als Fußboden wird eine 20 cm dicke Betonplatte, auf die 5 cm Estrich aufgebracht ist, angenommen. Das Gebäude ist mit Ausnahme der Südfassade zur Gänze in das Erdreich versenkt. Die Südfassade wird vereinfachend als ein Fenster modelliert, wobei Wärmeschutzglas mit einem Wärmedurchgangskoeffizienten (U-Wert) von  $0,7 \text{ Wm}^{-2}\text{K}^{-1}$ , einem Strahlungstransmissionsgrad von 0,54 und einem Gesamtenergiedurchlaßgrad von 0,60 angenommen wird. Aufgrund des angenommenen Holzrahmens (Rahmenanteil 25%) und der Abstandhalter aus Aluminium ergibt sich gemäß ÖNorm B8110-1 [3] der U-Wert des gesamten Fensters zu  $U = 1,0 \text{ Wm}^{-2}\text{K}^{-1}$ .

Um klare Aussagen bezüglich der Vor- und Nachteile eines gemäß PAHS gedämmten Gebäudes im Vergleich zu einem konventionell gedämmten Gebäude zu erhalten, muß vorerst geklärt sein, welche Dämmstoff-Dicken anzusetzen sind, um vergleichbar zu sein. Da das PAHS-Konzept darauf abzielt, Energieeinsparungen durch Ausnutzung von Wärmespeicherungseffekten zu erzielen, liegt es nahe, den Vergleich so anzulegen, daß die thermisch-energetische Qualität der zu vergleichenden Gebäude unter stationären Bedingungen, bei denen Wärmespeicherung bekanntlich keine Rolle spielt, gleich ist.

Für das gemäß PAHS gedämmte Gebäude wird die Dicke der schirmartig angeordneten Wärmedämmung im unmittelbaren Bereich des Gebäudes mit 10 cm angenommen. In größerem Abstand vom Gebäude geht die Dämmstoff-Dicke bis auf 2,5 cm zurück – siehe *Bild 2*.

Die Berechnung der stationären Leitwert-Matrix erfolgt unter Zugriff auf das Wärmebrückenprogramm WAEBRU V6.0 [17]. Für die Berechnung des Wärmeflusses durch den Erdboden sind weite Bereiche des umgebenden Erdreiches in das Berechnungsmodell einzubeziehen [8, 18]. Für das hier gezeigte Beispiel erweist es sich als notwendig, das Erdreich unterhalb des Fußbodens bzw. unterhalb des Erbodenniveaus vor dem Gebäude als Quader mit den

Abmessungen  $68\text{ m} \times 60\text{ m} \times 20\text{ m}$  zu modellieren. Eine Skizze des Berechnungsmodells zeigt *Bild 3*.



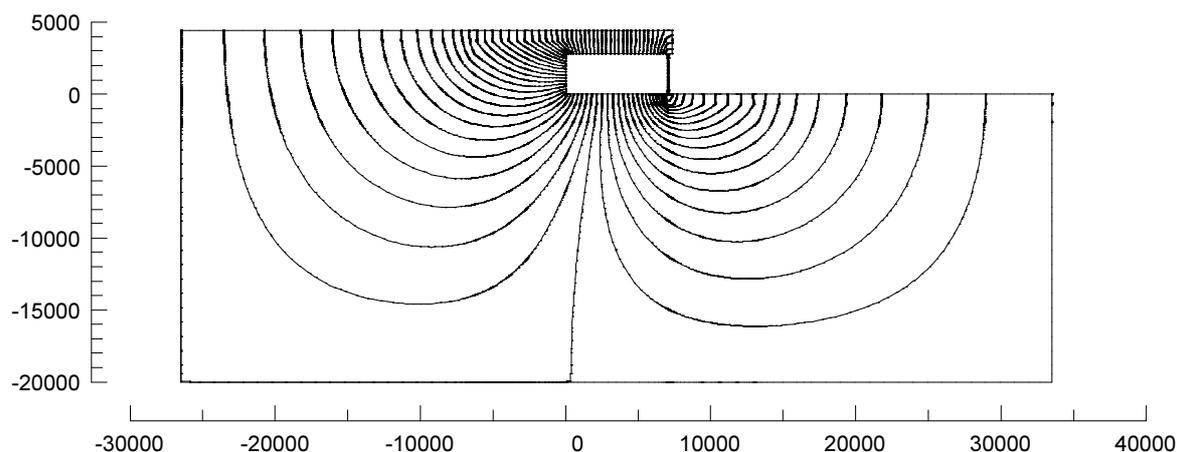
**Bild 3.** Modell zur Berechnung des thermischen Verhaltens des nach PAHS gedämmten Gebäudes

Bei der Berechnung der Leitwert-Matrix wird insofern auf das “direkte Verfahren” der EN ISO 10211-1 [8] zurückgegriffen als Gebäude und Erdreich in der Mitte fiktiv durch Setzen einer vertikalen Schnittebene geteilt wird. Unter der Annahme, daß die Schnittebene mit einer Symmetrieebene zusammenfällt, genügt es, die Berechnung für nur eine Gebäudehälfte durchzuführen und den für die Gebäudehälfte errechneten thermischen Leitwert zwischen Gebäudeinnerem und außen mit dem Faktor 2 zu multiplizieren. Das so erhaltene Ergebnis ist ident mit jenem, das bei Modellierung des gesamten Gebäudes erhalten würde.

Als stationärer thermischer Leitwert zwischen Gebäudeinnerem und außen wird für die in *Bild 2* skizzierte PAHS-Variante der Wert  $L_{t,e}^t = 178,6\text{ WK}^{-1}$  erhalten.

Für das konventionelle Erdhaus (siehe *Bild 1*) wird angenommen, daß Außenwände, Decke und Fußboden gegen das Erdreich hin wärmegeklämt sind. Die Dicke der Dämmung der gegen Süden orientierten Außenwände, die direkt an Außenluft grenzen, wird mit 15 cm und damit gleich zur PAHS-Variante angesetzt. Die Dämmstoff-Dicke für alle anderen Außenbauteile des Gebäudes ist vorerst unbekannt und wird mittels einer Parameterstudie mit eben dieser Dämmstoff-Dicke als Parameter errechnet. Hierbei zeigt sich, daß bereits mit einer Dämmstoff-Dicke von 4 cm der stationäre thermische Leitwert von  $L_{t,e}^t = 176,7\text{ WK}^{-1}$  erreicht wird. Als erstes Ergebnis dieser Untersuchung stellt sich heraus, daß unter stationären Bedingungen die Dämmstoffanordnung gemäß PAHS (siehe *Bild 2*) im Vergleich zu einer konventionellen Dämmstoffanordnung (siehe *Bild 1*) ineffektiv ist.

*Bild 4* zeigt die Wärmestromlinien für einen Schnitt durch die Gebäudemitte. Die dicht gedrängten Wärmestromlinien im Bereich des Anschlusses zwischen Fußboden und Südverglasung sowie entlang der gesamten Nordwand des Gebäudes lassen unmittelbar die Schwachstellen der speziell gewählten Anordnung der Wärmedämmung erkennen.



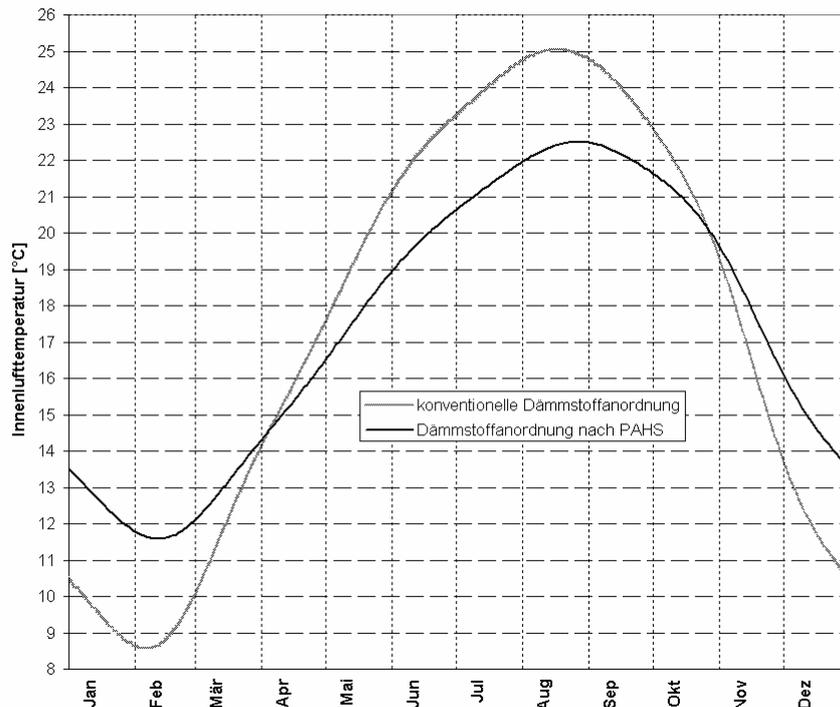
**Bild 4.** Bild der Wärmestromlinien für einen Vertikalschnitt durch die Mitte des Gebäudes 2 (PAHS). Randbedingungen: Außenlufttemperatur 10 °C; Innenlufttemperatur: 20 °C. Längenbezogener Wärmestrom zwischen 2 Stromlinien:  $1,0 \text{ Wm}^{-1}$

Die Berechnung des jährlichen Heizwärmebedarfs erfolgt für die PAHS-Variante und für das mit 4 cm Dicke außen gedämmte Erdhaus mittels dreidimensionaler, periodisch eingeschwungener Simulation unter Zugrundelegung der Periodenlänge von einem Jahr. Die für diesen Zweck benötigten langjährigen Klimadaten stehen – sowohl was die Außenlufttemperatur als auch die Bestrahlungsstärken durch direkte und diffuse Sonnenstrahlung betrifft – für Österreich flächendeckend im Klimadatenkatalog [19] zur Verfügung. Als Gebäudestandort wird ein Südhang in 366 m Seehöhe in der Gemeinde Obritzberg im Dunkelsteiner Wald – dem Höhenzug, der die Wachau gegen Süden begrenzt – in Niederösterreich ausgewählt.

Für das Gebäude wird Wohnnutzung angenommen und für die Wärmeabgabe durch Personen, Beleuchtung und Geräte der in der Euronorm EN 832 [4] empfohlene Wert von  $5 \text{ Wm}^{-2}$  angesetzt. Vereinfachend wird angenommen, daß die nutzungsbedingten Innenwärmen zeitlich konstant sind, sich also weder im tageszeitlichen, noch im wöchentlichen, noch im jahreszeitlichen Verlauf ändern.

Die Berechnung des thermischen Verhaltens der Erdhäuser erfolgt unter Zugriff auf das speziell für diesen Anwendungsbereich geschriebene Gebäudesimulationsprogramm ERDTHERM [20]. Der Heizwärmebedarf und die sich im Gebäude einstellenden Raumlufttemperaturen werden periodisch eingeschwungen unter Verwendung der Jahresperiode (365 Tage) errechnet. Die Anzahl der Harmonischen wird – zusätzlich zur nullten Harmonischen, d. h. der stationären Rechnung – mit 8 festgelegt.

Als erstes Berechnungsergebnis werden die Jahresverläufe der Lufttemperaturen im Gebäudeinneren im Falle verschwindender Heizleistung für beide Dämmvarianten erhalten.

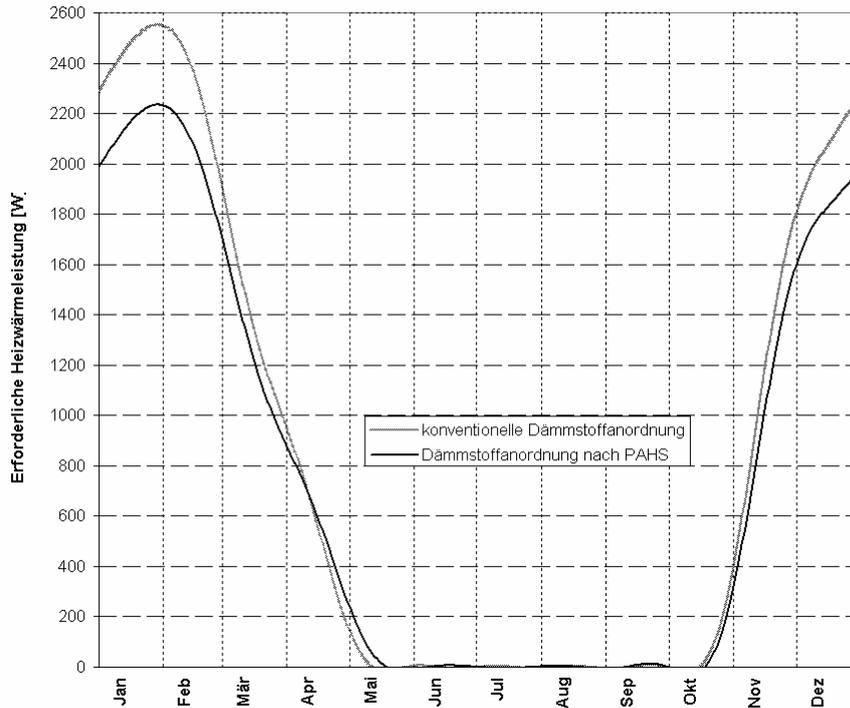


**Bild 5.** Jahresverlauf der Innenlufttemperatur für den Fall ohne Beheizung

Bild 5 zeigt, daß die errechnete Jahresamplitude der Innenlufttemperatur für das konventionell gedämmte Erdhaus deutlich größer ist als für das gemäß PAHS gedämmte Gebäude. Die Minima der errechneten Innenlufttemperaturverläufe treten für beide Berechnungsvarianten Anfang Februar auf, wobei die Phasenverschiebung zu dem Mitte Januar auftretenden Minimum der Außenlufttemperatur für die PAHS-Variante 27 Tage und für das konventionell gedämmte Erdhaus 22 Tage beträgt. Das Minimum der Innenlufttemperatur für das unbeheizte, jedoch genutzte Gebäude liegt für das konventionell gedämmte Erdhaus mit 8,6 °C (am 6. Februar) um 3,0 K niedriger als für die PAHS-Variante (11,6 °C am 11. Februar). Die festgesetzte Obergrenze für den Jahresverlauf der Innenlufttemperatur von 25 °C würde nur bei konventioneller Anordnung des Dämmstoffes im Monat August überschritten. Die Verhinderung der Überschreitung dieser Temperatur-Obergrenze wird durch die vom Programm errechnete Erhöhung des Luftwechsels erreicht. Als maximal erforderliche Luftwechselzahl ergibt sich für das konventionell gedämmte Erdhaus  $0,4 \text{ h}^{-1}$ , also ein Luftwechsel, der ohne weiteres mittels freier Lüftung erreicht werden kann. Für die PAHS-Variante wird auch bei Festhalten der mindesterforderlichen Luftwechselzahl von  $0,3 \text{ h}^{-1}$  25 °C im Jahresverlauf nicht erreicht. Der höchste Tagesmittelwert der Innenlufttemperatur stellt sich am 28. August mit 22,5 °C ein.

Zieht man in Betracht, daß beide untersuchten Gebäude mit ihren sehr massiv ausgebildeten Außenbauteilen in Bezug auf kürzere Zeiträume, wie z. B. die Tages- oder Wochenperiode, annähern das gleiche wirksame Wärmespeichervermögen aufweisen, so zeigt bereits dieses erste Berechnungsergebnis, daß die Ausnutzung von Langzeit-Speichereffekten, wie sie mit dem PAHS-Konzept angestrebt wird, in spürbarer Größenordnung zu Tage tritt.

Bild 6 zeigt die für die beiden Berechnungsvarianten errechneten Jahresverläufe jener Wärmeleistung, die von einer rein konvektiven Heizung abzugeben wäre, um zu gewährleisten, daß die Lufttemperatur im Gebäudeinneren die Soll-Temperatur von 20 °C im Jahresverlauf nicht unterschreitet.



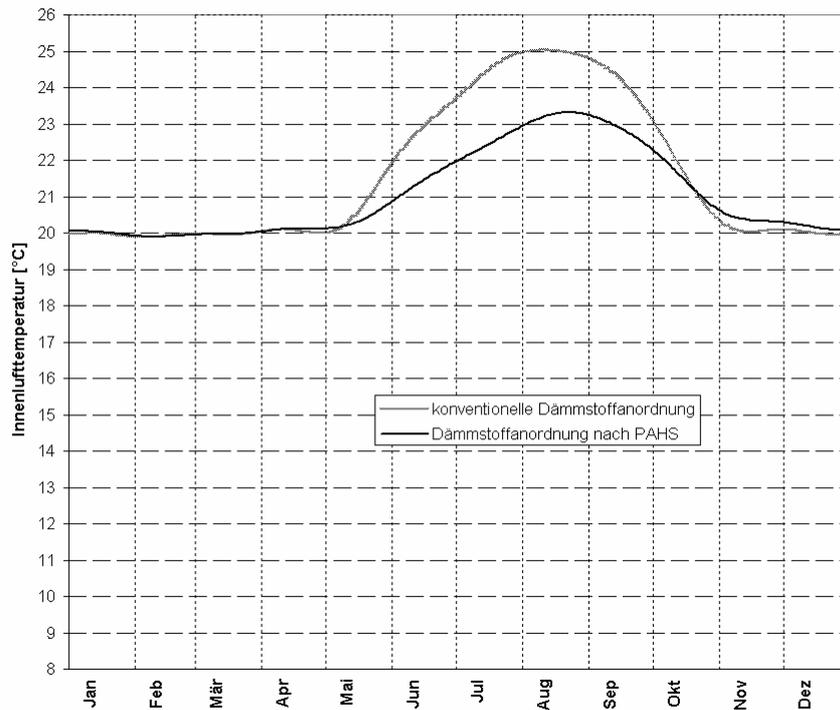
**Bild 6.** Jahresverlauf der zur Beheizung der Gebäude erforderlichen Heizwärmeleistungen

Die errechnete Heizsaison beginnt für die PAHS-Variante am 19. Oktober und endet am 18. Mai. Bei konventioneller Dämmstoff-Anordnung beginnt die Heizsaison etwas früher (16. Oktober), endet aber bereits am 12. Mai.

Die im Jahresverlauf maximal erforderliche Heizleistung fällt für das konventionell gedämmte Erdhaus mit 2553 W um 14% höher aus als für das nach dem PAHS-Konzept gedämmte Gebäude (2235 W). Natürlich dürfte dieses Berechnungsergebnis nicht als Grundlage für eine Heizungsauslegung herangezogen werden, da den Berechnungen geglättete Jahresverläufe zugrunde gelegt wurden. Es kommen somit keine Tage mit extremen Witterungsbedingungen, wie sie üblicherweise für Heizlastberechnungen herangezogen werden, in der hier vorgestellten thermischen Simulation vor. Überdies wird der Einfluß der Tageschwankung der außenklimatischen Größen auf die erforderliche Heizleistung vernachlässigt.

Das hier eigentlich interessierende Ergebnis ist der Integralwert des errechneten Jahresverlaufes der Heizleistung – der im langjährigen Schnitt zu erwartende Heizwärmebedarf. Dieser ist mit 6472 kWh für die PAHS-Variante um ca. 11% niedriger als für das konventionell gedämmte Vergleichshaus (7252 kWh). Der auf die Nettofläche des Gebäudes bezogene jährliche Heizwärmebedarf sinkt von  $69 \text{ kWhm}^{-2}$  bei konventioneller Dämmstoff-Anordnung auf  $62 \text{ kWhm}^{-2}$  für die Dämmstoff-Anordnung nach PAHS.

Aufschlußreich ist zudem ein Vergleich der sich für die beiden untersuchten Varianten bei Beheizung einstellenden Jahresverläufe der Innenlufttemperatur – siehe Bild 7.



**Bild 7.** Jahresverlauf der Innenlufttemperatur für den Fall mit Beheizung

Die thermische Verkopplung des Erdreiches mit den Außenbauteilen des Gebäudes bei der PAHS-Variante bewirkt, daß die Aufheizung des Gebäudes im Frühling und Sommer wesentlich langsamer erfolgt als beim Erdhaus mit konventioneller Dämmstoff-Anordnung. Zudem zeigt sich, daß das nach dem PAHS-Konzept gedämmte Gebäude im Herbst langsamer auskühlt als das konventionell gedämmte Erdhaus. Nur in den ersten drei Monaten des Jahres liegt die errechnete Raumlufthtemperatur für beide Varianten bei der geforderten Soll-Temperatur von 20 °C. Die in Bild 7 sichtbaren leichten Schwankungen der Innenlufttemperatur um die Soll-Temperatur sind in der *Fourier*-Zerlegung unter Verwendung von nur 8 Harmonischen begründet und haben keine physikalische Bedeutung.

Als Ergebnis der rechnerischen Untersuchung stellt sich heraus, daß das Ausnutzen der hohen Wärmespeicherfähigkeit des das Gebäude umgebenden Erdreiches ein Weg ist, den Heizwärmebedarf von ins Erdreich abgesenkten Gebäuden spürbar zu verkleinern. Da die Dämmstoff-Anordnung nach dem PAHS-Konzept den Nachteil von im Vergleich zu konventionellen Dämmstoff-Anordnungen erhöhten Transmissionswärmeverlusten aufweist, kann das PAHS-Konzept nicht unmittelbar zur Erhöhung der thermisch-energetischen Qualität von Erdhäusern herangezogen werden. Es ist Aufgabe künftiger Simulationsrechnungen, die Dämmstoff-Dicken und die Dämmstoff-Anordnung derart zu optimieren, daß die Transmissionswärmeverluste jenen eines konventionellen Erdhauses angenähert werden und dennoch das hohe Wärmespeichervermögen des Erdreiches durch direkte thermische Ankopplung von Außenbauteilen des Gebäudes an das Erdreich weitgehend erhalten bleibt.

## 6 Zusammenfassung und Ausblick

Das in [5] entwickelte Konzept der harmonischen thermischen Leitwerte ermöglicht es in Zusammenspiel mit dem in [6] beschriebenen Konzept der Heizleistungsverteilungsschlüssel, das thermische Verhalten von Gebäuden im zeitlich periodisch eingeschwungenen Zustand unter Berücksichtigung aller mehrdimensional in den Bauteilen ablaufenden Wärmeleitvorgänge unter Berücksichtigung des Einflusses der Wärmespeicherung zu beschreiben. Das dieser Beschreibung zugrunde gelegte physikalische Modell entspricht dem eines thermischen Netzwerkes. Den Knoten dieses Netzwerkes sind für die Räume im Gebäudeinneren die Raumlufttemperaturen, für die äußeren Umgebungen des Gebäudes die Strahlungslufttemperaturen zugeordnet. Die thermische Verknüpfung zwischen den Netzwerk-Knoten wird durch die harmonischen thermischen Leitwerte beschrieben.

Die Aufstellung und Lösung der Wärmebilanzgleichung für jeden einem Innenraum zugeordneten Netzwerk-Knoten führt - je nach Fragestellung - auf die komplexen Amplituden der Innenlufttemperatur oder der zur Einhaltung einer vorgegebenen Innenlufttemperatur notwendigen Heiz- oder Kühlleistung. Mittels *Fourier*-Synthese ergibt sich der (periodische) Zeitverlauf der jeweils gesuchten Größe.

Programme, die auf dem geschilderten physikalischen Modell aufbauen, erlauben die mehrdimensionale Simulation des thermischen Verhaltens von Gebäuden und zeichnen sich durch extrem kurze Rechenzeiten und unmittelbar interpretierbare Ergebnisse aus. Die Handhabung des Simulationsmoduls kann für den Benutzer äußerst einfach gestaltet werden, da die dreidimensionale Modellierung des Gebäudes, die zur Berechnung der Leitwert-Matrix und der Heizleistungsverteilungsschlüssel erforderlich ist, unter Zugriff auf ein instationäres "Wärmebrückenprogramm" in einer Vorwegberechnung erfolgt. Die Ergebnisse der Simulation - Zeitverläufe der Innenlufttemperaturen und/oder Zeitverläufe von Heiz- oder Kühlleistungen - können mittels Übergabe an das im ersten Schritt verwendete "Wärmebrückenprogramm" dazu verwendet werden, den zeitlichen Verlauf des Temperaturfeldes innerhalb der Bauteile des Gebäudes zu berechnen. Natürlich kann hierbei auch der Zeitverlauf der Oberflächentemperaturen, der sich unter Berücksichtigung der mehrdimensional ablaufenden Wärmeleitungs- und Wärmespeicherungsvorgänge einstellt, abgerufen werden.

Die in den Bauteilen eines Gebäudes ablaufenden Wärmespeicherungseffekte beeinflussen den sich einstellenden Wärmestrom. In mehrdimensionalen thermischen Modellen bleiben diese Wärmespeicherungseffekte bei heute gebräuchlichen Gebäudesimulationsprogrammen unberücksichtigt. Mit dem hier diskutierten Berechnungsmodell wird es möglich sein, die Größenordnung des Fehlers, der durch solch' eine Vernachlässigung entsteht, zu quantifizieren. Insbesondere für Sommertauglichkeitsberechnungen kann durch die nun mögliche Überprüfung der üblicherweise verwendeten vereinfachten Ansätze die Planungssicherheit erhöht werden. Zudem ist es nunmehr - wie im Beispiel gezeigt - möglich, auch jene Entwurfsstrategien zu überprüfen und zu optimieren, die Wärmespeicherfähigkeitseffekte auszunutzen versuchen.

### Danksagung

Das hier beschriebene dreidimensional, instationär arbeitende Gebäudesimulationsprogramm ERD THERM wurde im Rahmen des Forschungsprojektes “Entwicklung und Begleitforschung Niedrigenergiehäuser Dunkelsteiner Wald” geschaffen. Dieses Forschungsprojekt wurde durch die österreichischen Ministerien “Bundesministeriums für wirtschaftliche Angelegenheiten” und “Bundesministeriums für Umwelt, Jugend und Familie”, sowie durch das Amt der niederösterreichischen Landesregierung gefördert. Den genannten amtlichen Stellen sei an dieser Stelle für die gewährte finanzielle Unterstützung gedankt.

Kennung	Bedeutung	
	<i>englisch</i>	deutsch
<i>a</i>	<i>air</i>	Luft
<i>e</i>	<i>external</i>	außen
<i>dir</i>	<i>direct</i>	direkt
<i>dif</i>	<i>difuse</i>	diffus
<i>f</i>	<i>floor</i>	Fußboden
<i>g</i>	<i>gain</i>	Gewinn
<i>h</i>	<i>heated</i>	beheizt
<i>i</i>	<i>internal</i>	innen
<i>l</i>	<i>loss</i>	Verlust
<i>r</i>	<i>radiation</i>	Strahlung
<i>s</i>	<i>sun</i>	Sonne
<i>t</i>	<i>transmission</i>	Transmission
<i>v</i>	<i>ventilation</i>	Lüftung
<i>w</i>	<i>wall</i>	Wand

Tabelle der verwendeten Kennungen

## Literatur

- [1] *Gertis, K. und Hauser, G.*: Instationäre Berechnungsverfahren für den sommerlichen Wärmeschutz im Hochbau. Verlag Ernst & Sohn, Berlin, Berichte aus der Bauforschung, Heft 103, (1976)
- [2] *Feist, W.*: Thermische Gebäudesimulation. C. F. Müller Verlag Heidelberg 1994
- [3] ÖNorm B8110-1, Wärmeschutz im Hochbau – Anforderungen an den Wärmeschutz und Nachweisverfahren. (2000)
- [4] EN 832, Wärmetechnisches Verhalten von Gebäuden – Berechnung des Heizenergiebedarfs – Wohngebäude (1998)
- [5] *Kreč, K.*: Zur Wärmespeicherung in Baukonstruktionen. Gesundheits-Ingenieur 114 (1993), H. 1, S. 11-18.
- [6] *Kreč K.*: Wärmeleitung in Baukonstruktionen unter Berücksichtigung von Wärmequellen. Gesundheits-Ingenieur 114 (1993), H. 6, S. 313-318.
- [7] *Heindl, W., Kreč K., Panzhauser E. und Sigmund A.*: Wärmebrücken. Springer-Verlag Wien-New York 1987.
- [8] EN ISO 10211-1: Wärmebrücken im Hochbau – Wärmeströme und Oberflächentemperaturen – Teil 1: Allgemeine Berechnungsverfahren. (1996)
- [9] EN ISO 13786: Wärmetechnisches Verhalten von Bauteilen – Dynamisch-thermische Kenngrößen – Berechnungsverfahren (1999)
- [10] *Koch, H.A. und Pechinger, U.*: Möglichkeiten zur Berücksichtigung von Sonnen- und Wärmestrahlungseinflüssen auf Gebäudeoberflächen. Gesundheits-Ingenieur 98 (1977), H. 10, S. 265-280.
- [11] *Pfrommer, P.*: Thermal Modelling of Highly Glazed Spaces. Thesis, De Mont University Leicester und Fachhochschule für Technik Stuttgart (1995)
- [12] *Haferland, Fr., Heindl, W. und Fuchs, H.*: Ein Verfahren zur Ermittlung des wärmetechnischen Verhaltens ganzer Gebäude unter periodisch wechselnder Wärmeeinwirkung und rechnerische Untersuchungen zur Ermittlung der Größenordnung bestimmter Einflüsse von Bauweise und Konstruktion sowie sonstiger Parameter auf die Temperaturstabilität in Räumen. Berichte aus der Bauforschung H.99, Verlag Wilhelm Ernst & Sohn Berlin – München – Düsseldorf 1975.
- [13] ÖNorm B8110-3: Wärmeschutz im Hochbau – Wärmespeicherung und Sonneneinflüsse, (1999)
- [14] EN ISO 13791: Thermisches Verhalten von Gebäuden – Sommerliche Raumtemperaturen bei Gebäuden ohne Anlagentechnik – Allgemeine Kriterien und Berechnungsalgorithmen. (1995)
- [15] *Hait, J.*, Passive Annual Heat Storage, Improving the Design of Earth Shelters. Rocky Mountain Research Center, Missoula (1983)
- [16] *Biller, F., Kreč, K. und Zelger, T.*: Passive thermische Saisonspeicherung im Erdreich. Tagungsbericht des 1996 International Symposium of CIB W67 (1996), S. 671-677.
- [17] WAEBRU V6.0: Programmpaket zur Berechnung von Temperaturverteilungen und Wärmeströmen in Bauteilen und Baukonstruktionen mit Wärmebrücken. © *Kreč, K. und Panzhauser, E.* (1998)
- [18] EN ISO 13370: Wärmetechnisches Verhalten von Gebäuden – Wärmeübertragung über das Erdreich – Berechnungsverfahren. (1998)
- [19] *Heindl, W., Sigmund A., und Kreč, K.*: Klimadatenkatalog. Kommissionsverlag: Österreichischer Ingenieur- und Architekten-Verein, Wien (1984)
- [20] ERD THERM V1.0: Programmpaket zur Berechnung des thermischen Verhaltens von Erdhäusern. © *Kreč, K.* (2000)